



BIBLIOTHECA
UNIV. JAGELL.
CRACOVENSIS

kal.komp.

56243

I

Mag. St. Dr. P

0



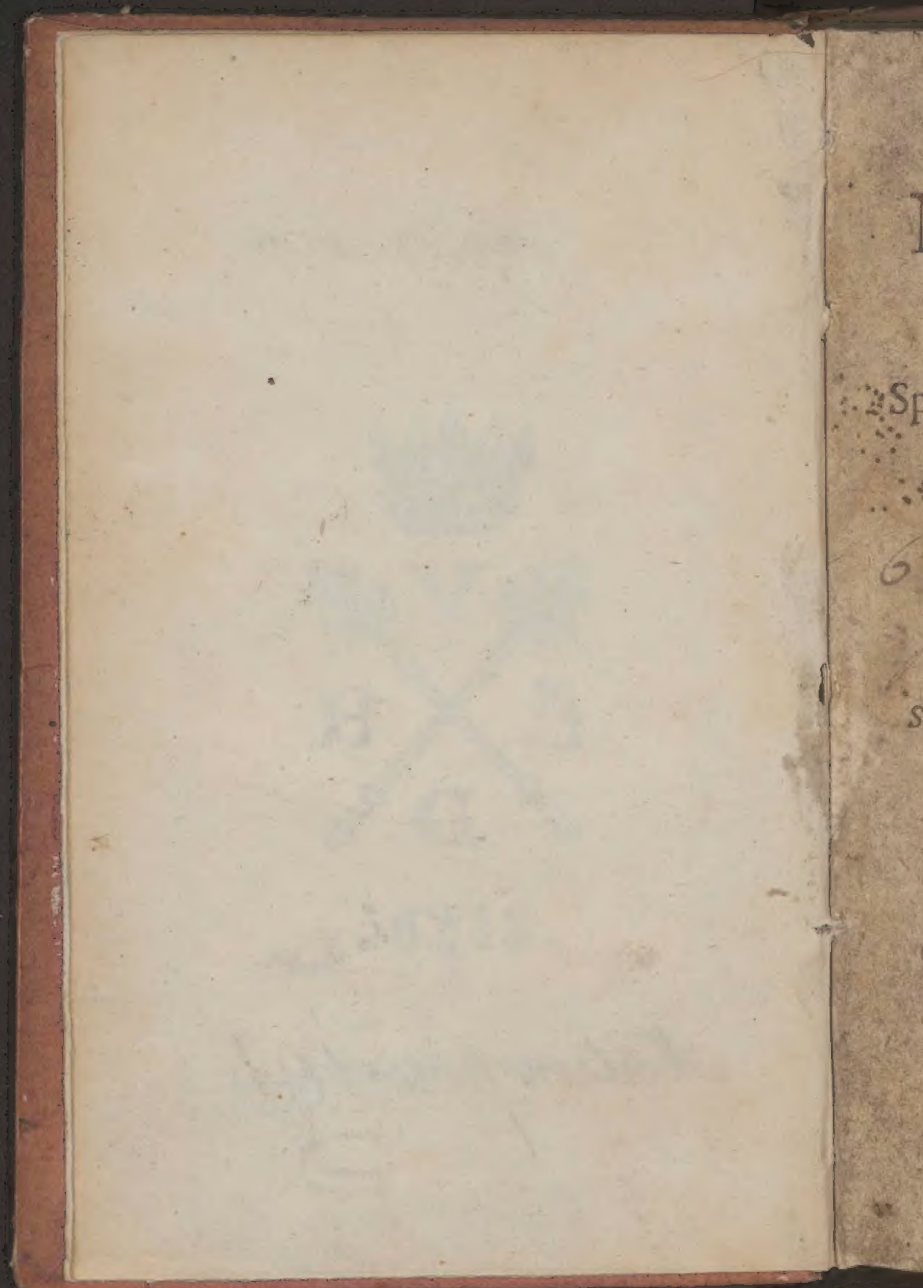
56243

I

1896. a. 1426.

~~1896.~~

~~Karten. pols. - 194.~~



ARYTMETYKA
CZYLI
N A U K A
O
RACHUNKACH

6. Spособem łatwym, y do wyższej
Matematyki Reguł przyśtofo-
wanym z Autorow wy-
bornych

Z E B R A N A.

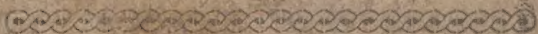
przez

X. PATRYCEGO, SKARADKIEWICZA
Schol. Piar. Matematyki y Filozofii Profesora.

EDYCJA TRZECIA.

poprawiona.

Za Nuyżaskawszym Przywileciem.



w WARSZAWIE, 1776.

Nakładem MICHAŁA GROELLA,

J. K. M. Kommissarza y Bibliopoli,

w Marywili No. 19. Pod znakiem Poętow.

7 5 91.
12.

Nemo ad Divinarum, humana-
rumque rerum cognitionem acce-
dat, nisi prius annumerandi artem
addiscat.

S. Augustinus Lib: de Doct: Christiana.

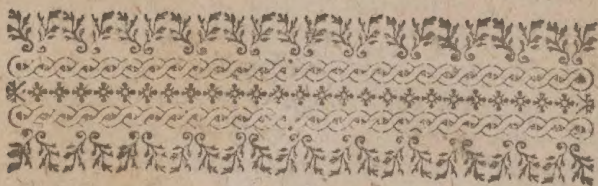
*Do Boskich, y Ludzkich rze-
czy poznania, niechay się nie zabi-
ra, ktokolwiek wprzod w nauce o
Rachunkach wydoskonalowy nie bę-
dzie.*

562437

S. Augustyn w Księdze o nauce Chrześci.



DO



DO CZYTELNIKA.

Wielu jest, ktorzy *Arytmetykę* Ludziom szczególnie *handlem*, lub *Reiestrami* bawiącym się, potrzebną bydź *mnieniaią*. *Mądrych* Ludzi daleko *inśze* w *tey* *mierze* *ieśt* *zdanie*, ktorzy z *własnego* *doświadczenia* *naylepiey* o *tey* *Scyencyi* *sądzić* *umieią*. *Geometrya*, *Fizyka*, *Architektura* *Cywilna*, y *Zołnierska*, *zgoła* *wszystkie* *Scyencye* *Praktyczne* bez *Arytmetyki* *niedostępne*, y po *wiekszey* *części* *niezrozumiane* *są*, tak *dalece*: że *Plato* *Arytmetykę* *wstępem* do *wszystkich* *innych* *sztuk*, y *umiejętności* *bydź* *mieni*.

Sposob, który w *przepisaniu* *Reguł* *Rachunkowych* w *tey* *Księżce* *zachowałem*, *spodziem* *się*, że *každy* *łatwym*, y *wielce* *użytecznym* *bydź* *osądzi*, *zważszcza*, że *wzięty* *ieśt* z *wybornych*, ktorzy w *tym* *gatunku* *bydź* *mogą* *Autorom*, a *osobliwie* z *X. Paulina* *Cbeluccego* *S. P.* *ślawnego* *niegdys* *Kraśmofstwa* w *Akademii* *Rzymskiej* *Professora*, y z *X. Dalbana*, *publicznego* w *Akademii* *Wiedeńskiej* *Matematyki*, y *Filozofii* *Nauczyciela*.

Nowość słow, które z Łacińskich terminow
staralem się wyłożyć, ażeby nikogo niezrażała,
przydawałem natychmiast y terminy Łacińskie
toż samo znaczące, aż z czasem otarłszy się, w
zwyczaj, y w powszechnie zażywanie wniadą.

Fundamenta, y Demonstracye wszystkich
Operacyi Rachunkowych, które przytoczyłem, w
każdym ten powinny uczynić skutek, naprzód, że
pozna iż nie bez przyczyny każda Operacya tak
odprawować się powinna, a tym samym lepiej so-
bie ją wbić w pamięć. Potem, że przyzwy-
czaimy się do tych krótszych, y łatwiejszych w
Arytmetyce Demonstracyi, z większą potem śna-
dnością daleko trudniejsze w Algebrze, w Mate-
matyce, y w Fizyce poymie.

Progressy o których dosyć obszerną dałem
naukę, do Trygonometrii, y do Logarytmow nie-
skończenie są potrzebne. Frakcye Dziesiętko-
we do Algebry, z ktorey dokładniejsze ich Opisa-
nia, y Demonstracye każdy do dalszey Matematy-
ki zabierający się, wyczyta.



NAU-



NAUKA O RACHUNKACH



ARYTMETYKA jest pierwsza część **MATEMATYKI** zamykająca w sobie naukę o liczbach, czyli sposob rachowania. Części jej generalnie jest pięć: *Rachunek prosty, Addycya, Subtrakcya, Multiplikacya y Dywizya.*

Charakterow czyli Figur Arytmetycznych jest dziewięć: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, którym dodaie się zero czyli Cyfra 0. • Ta przez siebie nie nieważy, ale przydana na końcu inney liczby, cenę jej dziesięć razy podnosi; tak przydana na końcu dwóch. 20, czyni dziesięć razy dwa to jest dwadzieścia, przydana na końcu pięciu, 50. czyni dziesięć razy pięć to jest pięćdziesiąt.

Liczby rodzaje różne są: Inna jest liczba prosta *numerus simplex* iedną wyrażona figurą, *naprzykład*, 5. Inna liczba składana, *Numerus Compositus*, która więcej figur w sobie zamyka *np.* 12, 123.

Liczby iednego gatunku *Numeri homogenei*; są te, przez które wyrażają się rzeczy iednego rodzaju *np.* same złote, same funty, lub same łokcie.

Liczby różnego gatunku *Numeri heterogenei* są te, które znaczą rzeczy różnego między sobą rodzaju, *np.* Złote, Grosze, Szelągi, albo też Dni, Godziny, Minuty.

Liczby iednego gatunku, można, dodawać odciągając, mnożyć y dzielić, ale liczb różnego gatunku bynajmniey, aż poki nie będą na ieden gatunek redukowane.

Liczba Całkowita *numerus Integer* wyraża mi rzecz całą. Liczba łamana *numerus fractus* część tylko rzeczy iakiey w sobie zawiera.

Liczba łamana wyraża się dwoma liczbami, z których iedna nad linią położona, zowie się Licznik, *Numerator*, y pokazuje mi wiele mian części z rzeczy podzieloney. Druga liczba pod linią położona, zowie się Mianownik, *Denominator* y pokazuje, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak *np.* $\frac{3}{2}$. znaczy, że rzeczy iakiey, daymy godziny, na cztery części podzieloney, trzy części już upłynęło. Mając tudzież $\frac{2}{3}$ iednego Złotego znaczy: że Złoty cały na trzy części, to jest na trzy dziesiątki podzieliwszy z tych trzech części mam dwie u siebie to jest: Groszy 20.

ROZDZIAŁ I.

*O Rachunkach Liczb Całkowitych
iednego, y różnego gatunku.*

PROPOZYCYA I.

Daney Liczby cenę myrzić.

Naprzod. Potrzeba wiedzieć, że każda Liczba od miejsca, na którym położona jest, waler swoy bierze. Tak położona na pierwszym miejscu od końca, czyli od ręki prawey, znaczy liczby pojedyncze proste, a wyrażnicy mówiące znaczy same jedności. Położona na drugim miejscu od końca, znaczy dziesiątki, na trzecim, sta, na czwartym, tysiące, na piątym, dziesiątki tysięcy, na szóstym, sta tysięcy, na siódmym, miliony, na ósmym, dziesiątki milionow, na dziewiątym sta milionow, na dziesiątym, tysiące milionow, y tak daley.

Powtore. Do łatwego tedy wyrażenia waleru liczby daney, sposob naylepszy bydź się zdaje, całą owę liczbę zacząwszy od końca perozdzielac, tak; żeby w każdej przedziałce, trzy liczby zamykały się. Pierwsza przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze proste. Druga przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki y liczby pojedyncze tysięcy. Trzecia, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze milionow; Czwarta sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze tysięcy milionow. Piąta, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze bilionow.

Potrzenie. Jeżeliby zaś liczba do zrachowania dana, obzernieysza była, potrzeba procz tego nad

każdą liczbą siódma, zaczynając zawsze rachować od liczb pojedynczych, położyć znak milionow, Bilionow, trylionow, kładąc np. nad pierwszą siódma liczbą 1, nad drugą 2, nad trzecią 3, y tak daley.

Tak niechay będzie liczba następująca.

²52, ¹329, 189, 602, 800.

Ta liczba podzielona wzwyż namienionym sposobem; ma w sobie przedziałek pięć, że zaś w piątey przedziałce, dwie tylko liczby są, znać że tamże set niemaż, a podług ostatniego sposobu, kładąc nad każdą liczbą siódma znak milionowy; na 2 w piątey przedziałce przypadają Biliony. Tak tedy liczbę daną wymawiam.

Pięćdziesiąt y dwa Bilionow, trzyśta dwadzieścia y dziewięć tysięcy milionow, sto osmdziesiąt y dziewięć milionow sześć set dwa tyśiące, ośm set Złotych.

Przetłóga. Głyszal liczbę daną pisać przydzie mogłed na to mieć potrzeba, ażeby miejsca, które się wymawianiu uoszczędzają, cyframi spełniać. Tak gdy mam wyrazić: milion, dwadzieścia y pięć tysięcy, sto ośm Złotych. ponieważ w wymawianiu są tyśiący, y dziesiątki proste opuścizam, zaczym na ich miejscu cyfrę kładę y następującym sposobem daną sumnę piszę.

¹1, ⁰025, 108.

Podobnymże sposobem chcę wyrazić dziesięć milionow, sto dziesięć tysięcy ośm dziesiąt Złotych. Miejsca pojedynczych milionow, dziesiątkom

kom tysięcy, set, y liczb pojedynczych prostych cyframi dopełniam, ponieważ w wymawianiu opuszczają się.

10, 109, 080.

PROPOZYCYA II.

Liczbę dane, tak jednego, iako y różnego gatunku zbierać.

Addycya czyli dodanie, jest wielu liczb w iednę Suminę zebranie, np. 2 a 3 a 4 a 1 czynią 10. Liczby które zbieram zowią się liczbę dane do znieśienia, *numeri dati*. Liczba zaś która z zebrania danych liczb wynika; zowie się kwota, czyli Summa generalna. *Summa, aggregatum*. Ze tedy Summa generalna, z liczb danych, iako z części swoich, istotnie składa się; ztąd widzie: iż części owe spełna w niej mieścić się powinny, tak: żeby w Summie generalney, nie, ani mniej, ani więcej, nad nią, nieznaydowało się. Tak biorąc przykład poprzedzający, w Summie generalney to, nie więcej, ani mniej, nieznayduie się, nad dwa, trzy, cztery, y ieden; y wszystkie te części z niej odgiąwszy, Summa cała, bez najmniejszey reszty niknie.

Żeby tedy Addycyą należycie odprawić, potrzeba y przed liczbę dane porządkie iednę od drugą ułożyć, żeby liczby pojedyncze, czyli iedności, dziesiątki, dziesiątkom, sta, stóm, tysiące, tysiącom korespondowały. Bo inaczej, stóm z tysiącami, iednościami z dziesiątkami, przed onymi kę, rowny dawałibysmy walor.

Powtore. Liczby dane do zebrania tym sposobem ułożywszy, należy linią podkryślić, pod którą Summa generalna pisać się będzie, czym ilan się, że Summy generalney z częściami icy niezmieszamy.

Potrzenie. Liczby dane zacząwszy od prawey ręki kolumnami dodawać, to jest nayprzod zbierać iedności, potym dziesiątki, róż sta, y tak daley. Jeżeli zaś liczby z iedney kolumny zebrane więcey wynoszą nad dziewięć, w ten czas, liczby pojedyncze, jeżeli się które od dziesiątkow zostaly, a jeżeli nie, to cyfrę, pod kolumną liczb pojedynczych podpisałwszy dziesiątki, y sta, do kolumn dziesiątkowych, y fernych odłożyć, y dopiero ie do liczb, które się w owych kolumnach zbierają, dodać.

Przykład Addycji niechay będzie: Od Stworzenia Swiata do Potopu, wyszło lat. - 1656.
 Od Potopu do Narodzenia Chrystufa. 2327.
 Od Narodzenia Chrystufa do Roku terazniejszego 1776.

Zebrawszy dane liczby, Summa - 5759.
 Pokazując, że oł Stworzenia Swiata, do Roku terazniejszego, upłynęło już lat - 5759.

Przykład drugi. 25189,
 12212.
 94158.
 280.
 10029.

Summa 141868.

W tym przykładzie, zebrawszy naprzod kolumnę liczb pojedynczych, dziewięć a ośm, czynią się dmn-

dmn
 ścia
 cze,
 dzie
 rą z
 re fi
 pięć
 dzie
 tkow
 siatk
 dwi
 cie,
 pięć
 dzie
 mna
 cze
 rach
 iede
 y p
 czw
 iede
 dw
 a d
 czy
 mn
 win
 lecz
 zac
 gen
 ral
 pic

dmnaście, a dwa, dziewiętnaście, a dziewięć, dwadzie-
 ścia y ośm; 8 które zamyka w sobie liczby poiedyn-
 cze, kładę pod kolumną liczb poiedynczych, a dwa
 dziesiątki zachowuję do kolumny dziesiątkowej, kto-
 rą zaczynając rachować mówię. *Powtore*, dwa kto-
 re się zostały, a dwa, są cztery, a ośm, dwanaście, a
 pięć, siedmnaście, a ieden, osmnaście, a ośm, dwa-
 dzieścia y sześć; a że dwadzieścia y sześć dziesią-
 tkow, czynią dwieście sześćdziesiąt, zaczym 6 dzie-
 siątkow pod kolumną dziesiątkową położywszy,
 dwieście przenoszę do kolumny set, y mówię. *Potrze-
 cie*, dwieście pozostałe, a dwa, są cztery, a ieden, są
 pięć, a dwa, są siedm, a ieden, są ośm, gdzie że do
 dziesiątkow niedoszedłem, kładę zaraz 8 pod kolu-
 mną set, y mówię. *Poczwarte*. Cyfra a cztery, są
 cztery, a dwa są sześć, a pięć są iedenaste. Ze zaś
 rachuję liczby w czwartej kolumnie, narachowałem
 iedenaste tysięcy, to iost: dziesiątek tysięcy ieden,
 y procz tego tysiąc ieden, który podłożywszy pod
 czwartą kolumnę, która jest tysięcy, mówię. *Popięte*:
 ieden dziesiątek tysięcy który mi się został, a ieden są
 dwa, a dziewięć są iedenaste, a ieden są dwanaście,
 a dwa są czternaście, gdzie że czternaście dziesiątkow
 czynią sto, y dziesiątkow cztery, zatym 4 pod kolu-
 mną dziesiątkow tysięcy podpiśawszy, iedno sto po-
 winienbym przenieść, do kolumny set następujących,
 lecz ze tej kolumny w liczbach danych nie masz,
 zaczym owe iedno sto pozostałe, kładę w Summie
 generalney przed 4 które mieysce w Summie gene-
 ralney na sta tysięcy przypada, podług *Propozycji
 pierussey*. Tym sposobem liczby dane zupełnie w
 Sum-

Summę generalną zebrałem, która czyni sto czterdzieści jeden tylicy, osm set szeszedzielat y osm np. Złotych.

Liczy podobne dane; można zbierać, y od lewej ręki zaczynając, ale na ow czas liczby dzielątkowe wypadające w rachunku, jedną kolumną wyżej pisać potrzeba. Daymy na przykład:

1928.
8182.
3210.
12210.
III.

Summa generalna	13320.
-----------------	--------

Dotąd o złożeniu liczb jednego gatunku mówiliśmy. Gdy zaś do zbierania dane będą liczby różnego gatunku *numeri heterogeni*, w ten czas procz wzwyż opisanego względem układania liczb porządku, na to jeszcze pomnieć potrzeba, ażeby liczby tegoż samego gatunku wzajemnie sobie korespondowały, y w jednych kolumnach kładzione były. Na przykład chcąc zebrać kilka liczb danych, zamykających w sobie, Złote, Grosze, y Szelągi, Złote pod złotem, grosze pod groszami, szelągi pod szelągami, pisać powinienem.

Jeżeli zaś liczby niższego gatunku zebrane, wystarczą, na złożenie liczby gatunku wyższego, zaraz je do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich miejsce pod niższym gatunkiem piszę resztę od złożenia wyższych liczb pozostałą; albo cyfrę, kiedy reszty żadnej nie ma. Tym sposobem zbieram następujące liczby, które zamykają w sobie. Zło-

fze n
 ry tu
 pięć.
 2 y
 sawł
 powi
 a 6,
 a 4 f
 iedn
 fze,
 a 2
 y gr
 sam
 lum
 żon
 tnaś
 iedn
 licz
 fze,
 step
 wy

Złote	Grosze	Szelągi
2356	- 24	- 2
589	- 25	- 2
6784	- 16	- 1
4900	- 6	- 2
14631	13	1

Liczyby te do zebrania dane tym sposobem zno-
fzę *naprzód* zaczynając od nayniższego gatunku, kto-
ry tu iest szelągów, mowię. 2 a 1 sz trzy, a 2 sz
pięć, a 2 sz siedm. Siedm szelągów czynią groszy
2 y szeląg 1, który pod kolumnami szelągów napi-
sawszy, grosze dwa przenoszę do groszów, y mowię
powtore. Grosze 2 złożone z zebranych szelągów
a 6, sz ośm a 6 sz czternaście a 5, sz dziewiętnaście
a 4 sz dwadzieścia y trzy. Podpisawszy tedy 3 pod
jednościami, dziesiątki dwa do dziesiątków przeno-
szę, y mowię *potrzecie*. 2 a 1 sz trzy a 2, sz pięć,
a 2 sz siedm. Ze zaś 70 groszy, czynią Złotych 2
y groszy 10. Zatyż dwa złote do złotych odsy-
łam, a dziesiątek ieden, pod dziesiątkową groszy ko-
lumną napisałwszy, mowię *pozwarte*. 2 złote zło-
żone przy zebraniu groszy, a 4 sz iżeś, a 9 sz pie-
tnaście, a 6, sz dwadzieścia ieden. Gdzie znouu
ieden pod jednościami napisałwszy, dwa dziesiątki z
liczbami w kolumnie dziesiątkowej będącemi zno-
fzę, y tak daley sposobem wzwyż wyrażonym po-
stępuię, aż nakoniec Generalna Summa danych liczb,
wychodzi mi następująca.

Złote	Grosze	Szelągi
14631	13	1
		Spo-

Sposob ten, na znośzenie liczb, pospolicie Re-
iestrowym nazwany, nader jest potrzebny, dla co-
dziennej jego praktyki. Gdy zaś do zebrania dane
będą ściany długie, że liczb w jednej kolumnie zam-
kniętych, pamięcią obić nie można, w ten czas
łatwo będzie, podzielić sobie ścianę jedną, na kilka
podziałów, które najprzód w Summy parcyalne
zbieram; toż parcyalne Summy owe, w jedną Sum-
mę Generalną znośzę. Wizerunek sposobu tego w
następującym mamy przykładzie :

Złote	Grosze	Szelagi	
1564	25	1	Pierwszy Przedział, y Summa Parcyal- na z niego.
527	12	2	
35	15	-	
1777	12	2	
492	25	1	
120	12	2	Złote Grosze Szelagi 4877 29
208	20	-	
150	25	1	
100	-	-	
12	12	2	
320	15	-	Drugi przedział, y Summa parcyalna z niego.
1200	18	-	
84	11	-	
190	25	1	
990	12	3	
200	24	-	Złote Grosze Szelagi 4509 16 2
1409	18	-	

1200	20	
150	12	2
215	12	1
20	—	—
8	12	2
310	18	—
227	12	1

Summa Generalna z
Sum parcyalnych ze-
brana.

Trzeci przedział, y
Summa parcyalna z
niego.

Złote	Grosze	Szelagi
2133	11	

Złote	Grosze	Szelagi
11520	26	2

Przestroga. I. Liczby Rerestrome, pospolicie
pułćmiartkami zbierane b. mają, z których w przy-
stkich zebramy Latera, nakoniec ie na Summę
generalną znośimy. W zbieraniu zaś tych puł-
ćmiartkom, procz mżynyż wyrażonego jfo obu,
ieś ieśsze inny; gdzie bez mżelkiey trachności
naydłuższą ścianę znieść, można. Zaczniemy
albowiem rachować, od ostatniego gatunku, n. sę-
dzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na bo-
ku kładę kreskę, resztę o. l. dziesiątka pozostawia, z
dalszemi liczbami dodając. Skończymy całą
kolumnę; to co się nad ostatni dziesiątek zostaje,
pod tąż kolumną, podkładam. Dziesiątkom zaś,
do przeniesienia na drugą kolumnę zostaje mi się
tyle, ile ieś kreszek na boku naznaczonych, z któ-
rych złożymy ile można, liczb wyższego ga-
tunku, resztę pod kolumną dziesiątkową podpisu-
ję. *Naprzykład.*

Złote

Złote	Grosze	Szelągi
5265-	15	-
582	25-	1
8125	12	2
1200	8-	-
3299-	25	1
220	19-	-
1099-	15-	-
90	12	2
5718-	25	1
Summa	25603	- 8 - 1

Przeſtroga. II. *O ſpoſobach, ktoremi Addycyi dobrze odpramionej doſwiadczyc możemy, mowić ſię będzie niżej pod Propozycyą czwartą, tego Rozdziału, gdzie nauka o tym doſtateczna dane ſię.*

PROPOZYCYA III.

Liczbę tegoż ſamego, y rożnego gatunku, od ſiebie odcigać.

Subtrakcyą czyli odciągnięcie, ieſt wynalezienie między dwoma danemi liczbami różnicy, którą liczba więkſza, liczbę mnieyſzą przewyżſza. Czyli ieſt odciągnięcie liczby mnieyſzey od liczby więkſzey. *Naprzykład odcigając 5 od 8 ſzukam takiej liczby, którą, ośm y pięć między ſobą różnią ſię, to ieſt, która dodana do pięciu, czyni ośm, a odcięta od ośmiu, czyni pięć iaka w teraźnieyſzym przykłaźcie ieſt liczba 3. W Subtrakcyi liczba ta od ktorey odcigam, zowie ſię, więkſza Summa major.*

jor. T
 nor. L
 reſzta, ro
 tia, vel E
 dwie teg
 albowien
 część za
 ktorey i
 Ch
 trzeba n
 Addycyi
 mnieyſz
 Po
 ca kolum
 dzieſiątk
 wyżſzy
 podłoż
 ſtępując
 życzaig
 dnym, p
 ſta, od
 życzam
 P
 wyżſzey
 kładzie
 podług
 P
 ſza, od
 ſzego u
 A od N

jor. Ta którą odciągamy; mnieysza. *Summa minor.* Liczba z odciagnienia wypadająca, zowie się reszta, różnica, lub przewyszka. *Residuum, differentia, vel Excessus.* Liczby do odciagnienia dane, obydwie tegoż samego gatunku, byź powinny, liczba albowiem mnieysza iest częścią liczby więkzey, część zaś zawsze powinna byź podobna rzeczy tey, ktorey iest częścią.

Chcąc tedy Subtrakcyą należycie uczynić, potrzeba *naprzód* w ułożeniu liczb, tenże sam, co w Addycyi, zachować porządek, a podłożywszy liczbę mnieyszą, pod liczbą większą, podkryślić ie linijką.

Powtore. Odcigać osobno, zacząwszy od końca kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątkow, sta od set. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza, od liczby podłożoney, którą nam odcigać, w ten czas z następującej kolumny pożyczają się dziesiątek; ale pożyczając go od liczby wyższej, ta zmniejsza się iednym, przeciwnie zaś liczba niższa iednym przyrasta, od niey pożyczając, ta zaś liczba, od ktorey pożyczamy, dla pamięci kropką naznacza się.

Potrzenie. Gdy odciągnąwszy liczbę niższą od wyższej, nie się niezostaie; przy początku rachuby kładzie się pod linijką cyfra 0, przy końcu linijka podługowata. — /

Przykład pierwszy. Podług komputu Petawiu-fza, od Stworzenia Świata aż do Roku terażniey-fzego upłynęło lat

A od Narodzenia Chrystusa Pana

E

Pytam

5759

1776

Pytam ktorego Roku Swiata Chrystus rodził się; v dochodzę że 3983
 Lubo inni twierdzą: że siedmnaśtu laty poźniej to
 jest Roku Swiata łamego 4000.

Przykład drugi. Powszeczne jest Historyków
 naszych zdanie, że Lech I. Roku od Narodzenia
 Chrystusa 550 w Sarmackie wszedł krainy y Polskę
 założył, pytam wiele lat Polska stoi? Położywszy
 Rok terazniejszy za liczbę większą, a Rok 550 za
 liczbę mnieyszą Subtrakcyą następującym sposobem
 czynię.

1776
 550

Polska tedy stoi już lat 1226.

Przykład trzeci. Rodził się kto Roku 1736
 pytam, wiele lat ina.

1776
 1736

Reszta - - - 40.

Przykład czwarty. Sztukę Drukarzką wynalaziono w Niemczech Roku 1440, pytam wiele lat od wynalezienia icy upłynęło.

1776
 1440

Reszta 336.

Przykład piąty. Dano na Expens Zł. 1014
 Z tych wydałem 735
 Zostać się reszta 279

W tym

W
 gnać nie
 wyższy l
 czę kropk
 się 9, kt
 piszę. A
 cyfry odd
 już poży
 stępujące
 przychod
 do czwart
 tamże iel
 szy, y nuz
 znouu ie
 rą czyni
 iumnie n
 mówię po
 między lini
 cie 7 w
 te 2 pisz
 czwartey
 W liczbie
 go już d
 ząd to
 waży, a
 zakończy
 Złotych,
 279.
 Jeż
 Summy g
 wlystkic

W tym przykładzie, ponieważ 5 od 4 odciągnąć nie mogę, zacznym pożyczam dziesiątkę od wyższej liczby w następującej kolumnie, którą znacząc kropką, y mówię *naprzód*. 5 od 14, zostaje mi się 9, które 9 pod ostatnią kolumną niżej liniyki piszę. A że znowu w następującej kolumnie, 3 od cyfry odciągać nie mogę, gdyż 1 tamże położone już pożyczylem do ostatniej kolumny, przeto z następującej trzeciej kolumny, dziesiątkę pożyczam mi przychodzi; lecz że y tam cyfrę tylko znalazłem, idę do czwartej kolumny, gdzie jedno, które tylko tamże jest do cyfry w trzeciej kolumnie przeniosłem, y naznaczywszy mam 10, z tych 10 pożyczam znowu jednego, do cyfry w drugiej kolumnie, z którą czyni mi 10, na miejscu zaś 10 w trzeciej kolumnie nie zostaje mi się tylko 9. To uczyniwszy mówię *powtórę* 3 od 10 zostaje się 7, które 7, piszę niżej liniyki pod drugą kolumną, y mówię *potrzebie* 7 w trzeciej kolumnie od 9 zostaje mi 2, y te 2 piszę niżej liniyki pod trzecią kolumną. W czwartej kolumnie, liczby mniejszej już nie masz. W liczbie większej położone jest wprawdzie 1, lecz go już do cyfry w trzeciej kolumnie pożyczylem, gdzie to 1 w czwartej kolumnie. teraz już nic nie waży, a zatym danych liczb, Subtrakcyę zupełnie zakonczyłem. Z danych tedy na Expens 1014 Złotych, wydawszy 735, zostawać mi się powinno 279.

Jeżeli liczb parcyalnych, do odciągnięcia z Summy generalney, danych będzie więcej, w ten czas wszystkie w przód liczby parcyalne do odciągnięcia

B 2

dane,

dane, w iednę Summę zebrać potrzeba, tąż Summę z nich zebraną, od Summy kapitalney, sposobem wzwyż wyrażonym odciągnąć. Niechay będzie danych na Expens Złotych - - - - 10000

Z tych wydało się raz 1590

drugi 3480

trzeci 759

czwarty 2000

Summy parcyalne zebrane 7829

Reszta od Summy pozostała 2171

Gdy zaś do odciagnienia dane będą liczby różnego gatunku, w ten czas rownie iak w Addycji liczby każdego gatunku potrzeba pod sobą ułożyć, a gatunek od gatunku odciągawszy, resztę pod kolumnami onymże korrespondującemi pisać. Ile razy zaś liczba niższa, większa będzie od wyższej w tymże samym gatunku, a przeto odciągnąć iey nie będzie można; tedy z następującego wyższego gatunku pożyczą się iedno, a zredukowawszy go na tenże sam gatunek który odciągamy, łączę z liczbami w tymże samym gatunku na miejscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągamy tak np. nie mogąc odciągnąć szelągów 2 od 1, z następującego gatunku groszy, pożyczam grosz 1; a zredukowawszy go na szelągi, mam szelągów trzy. Dodaję do nich szeląg 1 od którego nie mogłem odciągnąć szelągów 2, y mam już szelągów 4, od których teraz 2 na niższym miejscu będące odciągnać mogę.

Przy-

Pr
Groszy
25 Szel
odemni
mniejszy
nym od

Reszt

W
ostatnim
wyższeg
dużowa
ląg 1 na
się szelą
rym do
miejscu
szelągów
rcy z na
groszy
iejsze
W drug
miejscu
ko się m
na mieu
biorę o
den, a 2

Przykład. Będąc winnym komu Złotych 5728 Groszy 21, wypłaciłem już Złotych 2982 Groszy 25 Szeląg 1. Pytam wiele mu się jeszcze należy odemnie? kładę liczbę większą w pierwszey linii, a mnieyszą w drugiey. Toż rachunek wzwyż opisanym odprawiam sposobem:

	Złote	Grosze	Szelągi
Liczba większa	5728	21	..
Liczba mnieysza	2982	25	1
Reszta z należącego	2745	25	2
się długu.			

W tym przykładzie że na mieyscu wyższym w ostatnim gatunku; szelągów niemasz, pożyczam od wyższego gatunku to iest od groszy, grosz 1, a zredukowawszy go na szelągi 3. odciągam od nich szeląg 1 na mieyscu niższym położony, y zostaiące mi się szelągi 2 piszę pod kolumną szelągów. Idę potem do wyższego gatunku groszów. Grosz 1 na mieyscu wyższym położony inżem przeniosł do szelągów, zaczyni tam sama zostaie się cyfra, do ktorey z następującey kolumny przenoszę jeden, y mam groszy 10, od tych odciągnawszy 5 zostaie mi się jeszcze 5, które piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiey kolumnie groszy, od 2 na wyższym mieyscu będących pożyczę inż 1, a ztym tylko się mi tamże 1 inż zostaie, od ktorego że dwóch na mieyscu niższym będących odciągnąć nie mogę; biorę od następującey kolumny Złotych Złoty jeden, a zredukowawszy go na trzy dziesiątki groszy,

łącze do nich dziesiątek, i w dziesiątkowej kolumnie grosznych pozostały, y mam dziesiątkow 4 od których odciągam 2 na miejscu niższym położone, a resztę 2 piżę pod dziesiątkową groszy kolumną. Toż postępuję do Złotych, a odciągnawszy 2 od 7, 8 od 12, 9 od 16, 2 od 4, mam wypadającą resztę, należącego się jeszcze kredytorowi odemnie długu.

Złote Grosze Szelągi

2745 25 2

Przykład drugi. Z danych na Expens 728 Złotych, wyexpensowałem Złotych 635 groszy 25 szeląg 1, pytam wiele mi się jeszcze zostało.

Złote Grosze Szelągi

738	—	—
635	- 25	- 1

Reszta 92 4 2

W tym przyładzie, że Summa większa, nie ma groszy, ani szelągów specyfikowanych, od którychbym grosze y szelągi w mniejszej liczbie specyfikowane odciągnął, z tey przyczyny w Summie większey pożyczysz y od Złotych Złote, go jednego, redukuje go na groszy 30, z tych 30 groszy biorę znowu grosz jeden y redukuje go na Szelągów trzy, tym sposobem mam już od czego odciągnąć wszystkie gatunki, w niższej liczbie specyfikowane; właśnie jak gdyby liczba większa tym sposobem wyrażona była. Złotych 727 groszy 29 szelągów 3.

Erzestoga I. Jeżeli liczb mniejszych, danych do odciażnienia z Summy większey będzie kilka,

kilka, lub co się wymym raz przez A do odcia Summę danych z Naprzyk

Wyd

Summy no

Reszta o

Pr danyb które n sto prz nad Per cbodzi trzeba, trzyma od kap docbod my nap

kilka, lub kilkanaście, w ten czas toż samo czynię, co się wyżej o liczbach iednego gatunku w tym samym razie powiedziało, to jest, zbieram naprzód przez Addycyę wszystkie Summy parcyalne dane do odciażnienia, w iedną Summę. To uczyniwszy Summę owę z Sum parcyalnych do odciażnienia danych zebraną, od Summy generalney odciażam. Naprzykład z danych na Expens.

	Złote	Grosze	Szelągi
	1000	—	—
Wydałem raz	238	12	2
drugi	150	25	1
trzeci	84	10	—
czwarty	300	25	1
Summy parcyalne zebrane	774	13	1
Reszta od Summy generalney.	225	16	2

Przeestroga II. Gdy Summa zebrana z liczb danych do odciażnienia, przemyższa Summę od ktorey należałoby odciażać liczby dane, co się często przytrafia w Reiestrach expensowych, (gdzie nad Perceptę więcej częstokroć expensować przychodzi) w ten czas położenie Sum odmienić potrzeba, tak żeby Summa generalna drugie miejsce trzymała, gdyż w tym razie, nie szukamy reszty od kapitału, ktorey już żadney nie ma, ale raczej dochodziemy Super expensy nad kapitał. Dajemy naprzykład danych na Expens.

B 4

Zło.

	Zło.	Gro.	Szc.
	892		
Z tych wydało się raz	234	15	
drugi	325	20	2
trzeci	100	12	2
czwarty	59	25	1
piąty	218	12	2
Summy parcyalne zebrane	938	26	1
Summa dana na Expens	892		
Reszta pokazuje super expensę.	46	26	1

Przestroga III. *Sposob na doświadczenie do-
brze uczynioney Subtrakcy; w następującej Pro-
pozycyi.*

PROPOZYCYA IV.

*Dowieść należyście uczynioney Addycyi, y
Subtrakcyi.*

W Addycyi liczby do zniczenia dane, wszystkie
w Summie generalney zamykają się, a zatym
Summy owey są częściami, tak że z nich cała isto-
tnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney
Addycyi, nic innego nie jest, tylko pokazać, iż Sum-
ma generalna, wszystkie liczby dane spełna zamyka
w sobie, a zatym liczbom danym we wszystkich swo-
ich częściach zupełnie jest równa. Czego żeby do-
świadczyć, dość będzie po uczynioney Addycyi,
jedną z liczb pojedynczo danych, odłączyć, a wszy-
stkie inne bez niey zebrawszy, od kwoty czyli z Sum-
my

Sze.

my generalney odciaǳać. Tym sposobem reszta od Summy po odciaǳnieniu pozostała, powinna być równa we wszystkich swoich częściach, liczbie owej iedney z liczb danych wyłączoney; inaczej znaczy był Addycyi złe uczynioney. To doświadczenie Addycyi jest naypewniejszy, y funduje się na owym *axymacie* czyli prawdzie niezawodney *Arometryczney*. Jeżeli z danych dwóch Sum, lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim między sobą równych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą równe Summy, lub rzeczy, tedy reszty od nich pozostałe równe być powinny. *Si ab equalibus demas equalia, quæ remanent sunt equalia.*

Tak w następującym przykładzie, z liczb trzech do znieśienia danych odciaǳszy np. pierwszą, a drugie dwie osobno zebrane od Summy generalney odciaǳnawszy, reszta wypadająca, liczbie pierwszej odciętej równa być powinna.

	Złote	Grosze	Szelągi
Odcinam	200	25	1
Zbieram	98	12	2
	314	15	-
Summa generalna	613	23	-
Zbior dwóch liczb niższych.	412	27	2
Reszta	200	25	1
Liczbie pierwszej odciętej we wszystkim równa.			

W Subtrakcyi liczba mniejsza, która się od liczby większej odciaǳa, y reszta po odciaǳnieniu

B 5 pozo-

pozostała, są dwie części istotne, z których liczba większa, od ktorey odciegamy, składa się. Zaczynam Summę z tych dwóch części między sobą zniesioną wynikającą, danej liczbie, większey równą we wszystkim być powinna, jeżeli zaś z nią niezgadza się, znak jest omyłki jakieysź w Subtrakcyi. Doświadcz, że to jest także niezawodne, y załatwia się na owym Axyomacie Geometrycznym. Rzecz cała równa jest wszystkim swoim częściom wraz wziętym, y wszystkie części wraz wzięte, wyrównują rzecz całą, ktorey są częściami. *Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumptis, & partes omnes simul sumptæ adequant totum.* Dajmy przykład.

	Złote	Grosze	Szelągi
Liczba większa	2712	25	1
Liczba mniejsza	1820	12	2
Reszta	892	12	2
Summa reszty z liczbą mniejszą zniesioną.	2712	25	1

Równa we wszystkim liczbie większey, od ktorey liczbę mniejszą odciegało się.

Doświadczają iestżone Addycyi y Subtrakcyi; przez wyrzucenie liczby dziewiątkowej, który sposób, lubo przy nim rachunek bardzo łatwo zfałszować można, przecięż dla wiadomości tu kładzie się.

W Addycyi tedy, *naprzód* z liczb do zniesienia danych, jakimkolwiek rachując je porządkiem, każde wypadające dziewięć wyrzucamy; resztę z dalszemi

szemi
się po
na mi
Summ
rzuci
wszyst
równy
cey si

key:
w Su
w Su
rown
kłada

dośn
Sub
rach
wyż
tego
bem

szemi liczbami znoszę, a nakoniec liczbę, która mi się po wyrzuceniu ostatnich dziewięciu została, piszę na miejscu osobnym.

Powtore. Toż samo czynię w kwocie czyli w Summie zebraney, z ktorey tyle razy, ile mogę wyrzuciwszy dziewięć, ostatnią liczbę po wyrzuceniu wszystkich dziewięciu pozostałą, powinienem mieć równą liczbę, od liczb do zebrania danych zostających się, iaka jest w następującym przykładzie 7.

$$\begin{array}{r} 2350 \\ 323 \\ 400 \\ \hline 858 \end{array} \quad \begin{array}{c} 7 \\ 7 \end{array}$$

393 I

Tymże samym sposobem czynię w Subtrakcy: gdzie liczby od dziewięciu pozostałe, naprzód w Summie większey od ktorey odciągamy, a potem w Summie mniejszey, którą odciągamy, y w reszcie, równebydź powinny, iaki są w następującym przykładzie 3.

$$\begin{array}{r} 9120 \\ 7981 \\ \hline 1139 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array}$$

Przeztroga I. Jest jeszcze wiele innych na doświadczenie dobrze odprawioney Addycyi y Subtrakcyi sposobow; ktore, że albo przydłuższą rachubą zatrudniają; albo przez następujące wyższy Aarytmetyki reguły odprawiają się, dla tego tu pomijam. Procz tego pierwszym sposobem niezawodnym, dobrze odprawioney Addycyi y Sub-

y Subtrakcyi doświadczyćmy, rzecz wcale nie-
potrzebna jest, innemi na doświadczenie tegoż sa-
mego zatrudniać się sposobami.

Przetłroga II. Rzecz oczywista jest, że prob-
tu namet wyrażonych, w liczbach przydatuższych
y różnego gatunku, z wielką trudnością zażyć
można. A zatem na doświadczenie dobrze uczy-
money Addycyi y Subtrakcyi, nayskuteczniejszy
podobno sposób będzie; po uczymoney pierwszey
rachubie, drugi raz onę z zupelną powtorzyć
attencyą, zaczynając rachować z góry, jeżeliśmy
przed tym z dołu zaczęli, albo też zaczynając
rachować od lewey ręki.

PROPOZYCYA V.

Liczb y jednego, y różnego gatunku, Mul-
typlikować.

Multyplikacya jest jedney liczby przez drugą roz-
mnożenie, z ktorym liczb jedna tyle razy się
powiększa, ile razy w drugiej mieści się jedno, na
przykład Multyplikować cztery przez dwa, nie in-
nego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorej
tyle razy mieści się cztery, ile razy we dwóch mie-
ści się jedno; iaka liczba w tym razie będzie ośm,
bo iako jedno we dwóch, tak cztery w ośmiu dwa-
razy zupełnie zamyka się. W Multyplikacyi liczba
ta która się rozmnaża, zowie liczba mnożna, Mul-
tiplicandus, ta przez którą multyplikujemy, liczbą
mnożącą, Multiplicator. Summa z tey Multypli-
kacyi wynikająca, zowie się Produkt. Productum
vel Factum.

Gdy

typlik
mnoż
nia
dziel
Poty
Cyfr
żącey
odci

dyno
nając
wyn
w Ac
dnoś
ści,
fać
kolu

Mul
zno
rmi

tych
Tal
Sun
co

lero

Gdy tedy liczby do rozmnożenia przez Multiplikacyą dane będą, w ten czas *naprzód* liczbą mnożącą *Multiplicator*, pod liczbą daną do mnożenia podkłada się tak; żęcy iedności iednościom, dzieśiątki dzieśiątkom, sta stóm, korrespondowały. Potym obydwie te liczby podkryślaią się liniyką. Cyfry zaś na końcu liczby tak mnożney, iako y mnożący będące, można przed multiplikacyą ieszcze odciąć, y dopiero do Produktu ic przydać.

Powtore. Przez liczby Multiplikatora poiedynczo wzięte; wszystkie liczby w mnożnym zaczynając od końca osobno mnożyć, y produkt nich wynikający, niżej liniyki pod kolumnami, sposobem w Addycyi podanym, pisać. Mnożąc zaś przez iedności, produkt zaczyna się pisać od kolumny iedności, mnożąc przez dzieśiątki, produkt zaczyna się pisać od kolumny dzieśiątkow, mnożąc przez sta, od kolumny set.

Potrzenie. Jeżeli produkt dla wielu liczb w Multiplikatorze, w wielu zamyka się Summach, te znowu liniyką podkryślam, y według Summę zbieram, która na ow czas pokaże mi produkt generalny.

Przykład pierwszy. Pytam wiele czynią Złotych, Talerow bitych 3429. Ponieważ w iednym Talerze bitym iest Złotych 8, zacząć przez te 8, Summę Talerow daną multiplikować powinienem, co tym sposobem czynię.

$$\begin{array}{r} 3429 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 27432 pokazuje mi że 3429 Talerow, czynią Złotych 27432.

Przy-

Przykład drugi. 1234 Żołnierzom mającym
wystrzelić 13 razy, wiele ładunków potrzeba?

$$\begin{array}{r}
 1234 \\
 \times 13 \\
 \hline
 3702 \\
 1234 \\
 \hline
 16042
 \end{array}$$

Produkt 16042

W tym przykładzie podłożywszy Multiplikatora 13 pod liczbę mnożną 1234. podkryślamie linią, y mówię *naprzód*, trzy razy cztery, są dwa-nasć, więc dwa pod kolumną jedności położywszy, dziesiątek jeden do kolumny dziesiątkowej zachowuję, y mówię, *powtóre* trzy razy trzy są dziewięć, a jedno pozostałe, dzielić, więc cyfrę pod kolumną dziesiątkową napisawszy, i zostawiam do set, y mówię *potrzebie* trzy razy dwa, są sześć, a jeden pozostały są 7, które zaraz pod kolumną set piszę, y mówię *potzwarte* trzy razy jeden, są trzy, zaczym 3 zaraz pod kolumną tysięcy napisawszy; biorę drugą figurę z Multiplikatora, która jest na miejscu dziesiątkow, y mówię *popięte* raz cztery, są cztery. Tu że przez drugą figurę Multiplikatora, liczbę daną mnożę; zatym produkt na drugiej linii pisać powinienem, a że ta figura Multiplikatora położona jest na miejscu dziesiątkow, tedy produkt od kolumn liczb dziesiątkowych: pisać zaczynam, y 4 z Multiplikacyi wypadające kładę pod cyfrą. To uczyniwszy mówię *pośóste* raz trzy są trzy, które pod następującą set kolumną piszę, y mówię *pośódnie* raz dwa są dwa, te pod następującą tysięcy kolumną pod-

podp
ktor
szę.
plikac
przet
znosz
dwom
cym v
zefina
y to
rzecz
druga
wizyt
ale d
wey,
iedno
nie m
wfe
iedno

na, po
leży

liczby
typlik
produ
ry cy

podpisawszy, mówię *po ofine* raz ieden, iest ieden, który w osobney dziełatkow tylicy kolumnie piszę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z Multiplikacyi liczb danych zamyka się w dwóch wierszach, przeto podkryślam je linią, y do iedney Summy znoszę, która nakoniec pokazuje mi; że tyścowi dwómset, trzydziestu y czterem Zolnierzom, maig-cym wystrzelić trzynaście razy, potrzeba ładunkow szesnaście tysięcy czterdzieści y dwa. Gdzie ietzcze y to pomnieć potrzeba, że w danym przykładzie, rzecz weale niepotrzebna była, multiplikując przez drugą Multiplikatora figurę, to iest przez iedno, wszystkie liczby w mnożnym pojedynczo mnożyć, ale dosyć było, zacząwszy od kolumny dziełatkowej, porządkiem je w drugim wierszu napisać, bo iedno, iako mnożyć, tak dzielić liczb żadną miarą nie może. Tak w Multiplikacyi, raz cztery są zawsze cztery, a w dywizyi, ztery podzieliwszy przez iedno mam zawsze cztery.

Przykład trzeci. Kupując ośm set beczek wi-na, po trzyśta Złotyeh, pytam wiele za wicytko należy się?

$$\begin{array}{r} 800 \\ 3 \text{ } 00 \\ \hline 240000 \end{array}$$

W tym przykładzie, odcigwszy cyfry dwie z liczby do rozmnożenia danej, y drugie dwie z Multiplikatora, multiplikuię tylko ośm przez trzy, a do produktu 24, odcigte owe przed multiplikacją cztery cyfry oddawszy, mam produkt generalny dwóch

kroć

Kroć czterdzieści tysięcy Złotych, które za ośm set beczek wina dać powinienem, płacąc każdą beczkę po Złotych trzyśta:

Przykład czwarty. Grzywnę srebra płacąc po Złotych siedmdziesiąt, wiele dam za Grzywien srebra sto dwadzieścia?

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 70 \\
 \hline
 \text{Produkt} \quad 8400
 \end{array}$$

Dotąd mowiliśmy o Mnożeniu liczb, w których jeden gatunek jest w Mnożykatorze, y jeden, w liczbie daney do mnożenia.

Przystępujemy teraz do mnożenia liczb, różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, o których nauka w trzech następujących mieści się regułach.

Reguła pierwsza. jeżeli liczba dana do mnożenia, z wielu gatunków, a Mnożykator z jednego składa się, tedy przez Mnożykatora, każdy gatunek w liczbie daney do mnożenia, mnoży się, a po odprawioney mnożeniu wszystkich gatunków, nakoniec gatunki niższe na gatunek wyższy zredukowane, produkt liczb do mnożenia danych zupełny pokazać.

Przykład. Rok zamyka w sobie dni 365 y godzin 6, pytam wiele jest dni w latach dzielęciu? Czego następującym sposobem dochodzę.

$$\begin{array}{r}
 \text{Dni} \quad \text{Godzin} \\
 365 \quad 6 \\
 \text{Lat} \quad 10 \quad 10 \\
 \hline
 \text{Produkt dni} \quad 3650 \quad 60
 \end{array}$$

Godzi-

Godziny te podzieliwszy przez 24, ile ich w dniu jednym zamyka się, mamy dui 2, y pozostałe ielszeze godzin 12, które dwa dni y godzin 12, przez Addycyą z Produktem dni złączywszy, mamy generalny produkt dni 3652 y godzin 12 z których zupełnie składają się lat 10.

Reguła druga. Jeżeli w liczbie daney do mnożenia gatunek jeden a w Multyplikatorze, gatuntow kilka będzie, tedy przez każdy gatunek Multyplikatora multyplikujemy osobno, luba do mnożenia dana a po skończoney zupełnie Multyplikacyi, gatunki niższe na gatunek najwyższy zredukowane, produkt generalny dadzą.

Przykład. Grzywna Polska ma w sobie Złoty jeden y groszy 18, pytam Grzywien 421 wiele czyni Złotych?

	421	421
	1	18
Produkt	421	7578

Pokazuje że 421 Grzywien, czynią Złotych 421 y groszy 7578, które to grosze zredukowane na Złote, czynią Złotych 252 groszy 18. Co przez Addycyą do produktu Złotych dodawszy, mamy produkt generalny Złotych 63 y groszy 18 wynikające z Grzywien 421.

Reguła trzecia. Jeżeli tak w liczbie do rozmnożenia daney, iako y w Multyplikatorze, będą różne gatunki, w ten czas w obydwu liczbach, wszystkich gatunki, na najmniejszy gatunek redukować potrzeba, y dopiero mając liczby obydwie w jeden

gatunek zbite, multiplikować ie między sobą, a produkt z tey multiplikacyi wynikaący na naywyższy gatunek zredukować.

Przykład. Expensuie kto na dzień ordynarynie Złotych 74, groszy 20, pytam ile wyexpensuie przez Rok, y dni 80. W tym przykładzie, redukuie naprzod Rok na dni 365, do których dodaie dni osmdzieśiat y mam wszystkich dni 445; toż, redukuie Złot. 74 na gr. 2220, do których przydawisz groszy 20, mam razem groszy 2240, które przez dni 445 zmultiplikowawszy, y zredukowawszy potym na Złote, mam produkt liczb danych.

$$\begin{array}{r}
 2240 \\
 445 \overline{) } \\
 \hline
 11200 \\
 896 \\
 \hline
 896 \\
 \hline
 996800
 \end{array}$$

Produkt groszy

996800

Grosze te podzielone przez 30, a tym samym zredukowane na Złote, czynią mi Złotych 33226, y groszy 20. Zaczynam Summa pieniędzy potrzebna jest na Rok 1, y dni 80, mającemu codziennie expensować Zł. 74 y gr. 20.

Przestroga I. Do łatwości w Multiplikacyi nie więcej pomoc nie może, iako umieć doskonale, ile czyni liczba jedna przez drugą multiplikowana. W pomniejszych liczbach aż do pięciu, łatwo tego na pamięć doysć możemy, iako na przykład, że dwa razy dwa, są cztery, trzy razy cztery,

ry, f
sci
dzy
czas
wśy
izc
ręki
gna
przy
osm
nają
tym
wie
te, z
przy
dnos
wey
wśy
ich
ciu d
te, 1
pięć
nią
mno
raz
średn
dzien
liczb
Tab
wyn

ry, są dwanaście, dziemęć razy pięć, są czterdzieści y pięć. Lecz gdy liczby obydwie, które między sobą multiplikują, większe są od pięciu, w ten czas do łatwego liczbomych rozmnożenia, pierwszy sposób jest, rachować na palcach; zaczynać rachować od szesciu, iedną liczbę na palcach ręki prawey, drugą na palcach ręki lewey, y ciągnąć je do punktu na którym liczba stawa. Na przykład choć mieć wiele czyni siedm razy osm? Biorę naprzód siedm, a u prawey ręki zginając dwa palce mówię: sześć, siedm; biorę potem osm, a u lewey ręki zginając trzy palce, mówię: sześć, siedm, osm. Palce w rachunku zgigte, znaczą dziesiątki, których w terażniejszym przykładzie, jest pięć, palce pozostałe, znaczą iedności, których tu jest w prawey ręce trzy, a w lewey dwa, te znowu między sobą zmultiplikowawszy, dwa razy trzy, są sześć, y te sześć, które z ich multiplikacyi wynikają, przydamy, do pięciu dziesiątkom, które się znaczą przez palce zgigte, mam produkt zupełny dwoch liczb danych, pięćdziesiąt y sześć, to jest: siedm razy osm, czynią mi pięćdziesiąt y sześć. Iż czyni, mając mnożyć: sześć razy sześć; sześć razy siedm; siedm razy siedm; sześć razy osm; sześć razy dziewięć; siedm razy dziewięć; osm razy osm; osm razy dziewięć; dziewięć razy dziewięć.

Drugi sposób do łatwego doyscia, ile czyni liczba iedna przez drugą zmultiplikowana, jest Tablica od Pitagorejsa Filozofa, pierwszego icy wynalazcy, Pitagorejską nazwana. Na tej,

C 2 dwoch

dwóch liczb zadanych iedney z gory, drugiey z boku, kolumnę biorę; a liczba na ktorey te dwie kolumny schodzą się, iest należyty ich produkt, *naprzykład chcąc wiedzieć wiele czyni siedm razy dziewięć, biorę siedm w pierwszey linii gorney, a dziewięć w linii poboczney, ktorych liczb kolumny ze się schodzą na liczbie 63. Zaczyn 63 iest produktem liczb danych, to iest siedmiu y dziewięciu.*

T A B L I C A P I T A G O R E S O W A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Przetłroga II. Tablicę Pytagoreśową Jan Neper, rodem Szkot, dzimnym przemysiem namięcey ruchomych Tabliczek podzielił, za ktorych pomocą. Multyplikacyą y Dywizyą, z wielką łatwością odprawić można.

Tabli-

iey z
dnie
dukt,
n ra-
rney,
kolu-
63 iest
dzie-

Tabliczek takowych, z drewna, lub z mosiądzu, robi się dziewięć, lub więcej podługowatych, czworograniastych; każda z nich, równym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych; a te znowu linią poprzeczną, od kąta ręki prawey z góry, do kąta ręki lewey na doł, rozcinają się na dwa trojgranie, procz iedney Tabliczki, na ktorey kwadraty liniykami poprzecznemi nierozcinają się, ale w każdym z nich piszą się naturalnym porządkiem liczby, zaczawszy od 1, aż do 9; y zowią się wielorazy.

W Trojgrania na Tabliczkach, przez rozcięcie kwadratów porobione, wpisują się liczby z kolumn Tablicy Pytagorejonej, tak: żeby liczby dziesiątkowe w wyższym trojgraniu od lewey ręki, a iednośc w niższym od ręki prawey były. Ze zaś każda takowa podługowata Tabliczka jest czteroboczna, zaczynam na każdym boku można inne kolumny z Tablicy Pytagorejowej wpisać, np. na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3. y tak daley. Tym sposobem, gdy iedną liczbę przynależy nam brać kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znajdzie się. Tymże samym końcem na dwóch, lub trzech Tabliczkach, same cyfry wpisując trzeba, dla zażycia u b w potrzebie.

Tak zrobione ypisane Tabliczki Nepera, do Multyplikacyi następującym zażyte bywają sposobem, Chcąc naprzykład Multyplikować 578 przez 28, biorę naprzód Tabliczki E. G. H., na ktorych u wierzebu są liczby 5, 7, 8, do Multypli-

kacyi dane, y układam ie wzdluż iednę przy drugiej, tym porządkiem, iak cena liczb myciaga. Powtore. Wziąwszy Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, kładę ią na lewym boku Tabliczek iuż ułożonych, y biorę na niey liczby 2 y 8, z ktorych Multyplikator składa się. Potrzebie. Poprzeczna kolumna, liczby 8, ktora w Multyplikatorze znaczy iedności, iest produkt z Multyplikacyi daney liczby 578 przez 8. a poprzeczna kolumna liczby 2, ktora w Multyplikatorze znaczy dziesiątki, iest produkt z Multyplikacyi liczby daney 578 przez dziesiątkom.

Zbieram teraz te obydwa produkta, a naprzod produkt wynikający z Multyplikacyi przez 8, to iest: biorę naprzod z ostatniego trojgrania 4, y piśmę ie na osobney karcie na miejscu iedności, potym w następującym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 6 y 6, ktore czynią 12, zaczym dwa napisawszy przy czterech na miejscu dziesiątkom, i przenoszę do trzeciego podługowatego kwadratu; to 1 dodane do pięciu y do cyfry, w tymże kwadracie będących czyni 6, y te 6, piśmę się przy dwóch na miejscu set, nakoniec na miejscu tysięcy, z następującego pierwszego od lewey ręki trojgrania, piśmę się 4, y mychodzi cały produkt z Multyplikacyi liczby daney, przez 8, ten: 4624. Tymże samym sposobem zbierując liczby z poprzeczney kolumny 2, mam produkt 1156. Ze zaś 2 w Multyplikatorze znaczyły dziesiątki, przeto produkt z kolumny 2 zebrany, zaczynam od konca piśmę pod dziesiątkami

mi produktu z 8, tak iak pospolicie czyni się w
prostej Multyplikacyi.

4624

1156

Te dwa parcyalne produkty zebra-
wszy, mam nakoniec liczb do mnożenia
danych produkt generalny.

16184

TABLICZKI NEPERA SZKOTA.

B. C. D. F. I.

A. E. G. H.

2	3	4	6	9
4	6	8	2	8
6	9	2	8	7
8	2	6	4	6
0	5	0	0	5
1	1	2	3	4
2	8	4	6	4
4	1	8	2	3
6	4	2	8	2
8	7	6	4	2

1	5	7	8
2	0	1	6
3	5	1	4
4	0	8	2
5	5	5	0
6	3	4	4
7	3	4	6
8	4	5	6
9	4	6	7

Przestroga. III. *Sposob na doświadczenie dobrze odprawionej moltiplikacyi, dany będzie w Propozycyi siódmej tego Rozdziału.*

PROPOZYCYA VI.

Dane liczby iednego, y różnego gatunku dzielić.

Dywizya, czyli dzielenie, iest wynalezienie liczby takiej, która tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie do podzielenia danej, liczba mniejsza przez którą dzielę mieysci się: *naprzykład dzieląc dziewięć przez trzy, szukam takiej liczby, w której tyle razy zamyka się iedno, ile razy trzy w dziewięciu mieści się, iaka liczba w terażniejszym przykładzie iest 3, a dokładnie mówiąc, Dywizya iest wynalezienie liczby takiej, która mi pokazuje, ile razy z dwóch liczb do podzielenia danych, w liczbie większey, liczba mniejsza, brać się może; tak podzieliwszy piętnaście przez trzy: z tego podzielenia wypadające pięć, pokazują mi, że trzy w piętnaštu, mieści się pięć razy. Z liczb do dzielenia danych, liczba większa, którą mam dzielić, zowie się. Liczba podzielna *Dividendus*. Liczba mniejsza przez którą dzielę, zowie się Dzielnik *Divisor*. Liczba nakoniec z Dywizyi wynikająca, zowie się Wieloraz *Quotiens, Quotus vel Exponens*.*

Do należytego Dywizyi odprawienia *naprzód* liczba do podzielenia dana kładzie się we śródku, tak żeby w iedney z nią linii, Dzielnik z lewey ręki, a *Wieloraz* z prawey, kreśkami tylko podzielone, mieścić się mogły.

Pomto-

lew
niku,
daie
pami
liczb
wszy
odei
napi
raza

kuy
wyn
odei

ktor
złoż
nazn
razy
za d

typli
czba
ciąg
stępi
razy
co l
muli
wyż

dasz

Powtore. Z liczby podzielney zaczynaąc od lewey ręki, ucina się tyle figur, ile ich iest w Dzielniku, które jeżeli mniey wynioszą od Dzielnika, przydać się im ieszcze, iedna następująca figura, a dla pamięci kładzie się przy niej kreska, ażeby iedney liczby dwa razy do podzielenia niebra. To uczyniwszy, uważać potrzeba, ile razy Dzielnik w liczbach odciętych brać się może? y liczbę to pokazującą, napisać na prawey ręce za pierwszą część Wieloraza.

Potrzenie. Przez tę część Wieloraza multiplikuy całego Dzielnika, a produkt z tey multiplikacyi wynikający, odciągnij od figur z liczby podzielney odciętych

Pozwarte. Do reszty jeżeli się iaka pozostała, która od Dzielnika zawsze mnieysza być powinna, złoż następującą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ją także kreską, y uważaj znowu, ile razy w tych liczbach Dzielnik mieści się? co napisz za drugą część Wieloraza.

Popięte. Przez tę drugą część Wieloraza multiplikuy znowu całego Dzielnika, a produkt pod liczbami, któreś na ow czas dzielisz podłożywszy, odciągnij go od onychże. Do reszty złoż znowu następującą z liczby podzielney figurę, uważając ile razy w niej z resztą wziętey Dzielnik brać się może? co będzie trzecią częścią Wieloraza, przez którą multiplikuy znowu całego Dzielnika y czyni, iako się wyżej powiedziało.

Ile razy, nową figurę z liczby podzielney składasz, a Dzielnik w niej brać się nie może, tedy napi-

sawszy za to w Wielorazie cyfrę, złoż drugą z liczby podzielnicy następującą figurę, y przez Dzielnika obydwie razem dywiduy.

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra jedna, lub więcej onychże będzie, w ten czas dla skrocenia Dywizyi, przed zaczęciem rachunku, możesz ie odciąć, odcinając atoli tyleż liczb, y z końca liczby do podzielenia danej.

Skonczywszy Dywizyę, co się od ostatniego odciagnienia zostało, poydzie na liczbę samą, ktorey *numeratorem*, reszta od ostatniego odciagnienia pozostała, przydawszy do niej y liczby, ieżeli ktore przed Dywizyą odcięte były; a *denominatorem* cały Dzielnik być powinien.

Przykład pierwszy. Na sześć osob legowano zapisem 126846 Złotych, chcę wiedzieć, ile dla każdego przypadnie?

Dzielnik	Liczba podzi.	Wieloraz
6	1,2,6,8,4,6.	21141
	1 2	
	6	
	6	
	- 8 . .	
	6	
	24.	
	24	
	- - 6	
	6	
	-	

W tym

zuic,
ściu o
8852
czyła,
że? P
tym p
trzeba
rządki
ne, po
przycz
wsze o
raz, z
loraza
nika, n
produ
liczby
się 36
składa

W tym przykładzie, Wieloraz 21141 poka-
zuje, że po tyle z Summy legowancy, kaźdey z sze-
ściu osob dołtanie się, bez naymnieyszey reszty.

Przykład drugi. Maiąc kto roczney intraty
88520 Złotych, ta żeby mu na Rok cały wystar-
czyła, pyta się, ile na kaźdy tydzień expensować mo-
że? Ponieważ Rok zamyka w sobie 52 tygodni, za-
tym przez te, całą 88520 Złotych intratę dzielić po-
trzeba.

Dzielnik	Liczba podzi.	Wieloraz
52	88, 5, 2, 0,	1702 $\frac{16}{32}$
	152	
	365	
	364	
	- - 120	
	104	
	- 16	

W tym przykładzie, ułożywszy naprzod po-
rządkiem wzwyż opisanym, liczby do dzielenia da-
ne, ponieważ Dzielnik ma w sobie dwie figury, z tey
przyczyny, y w liczbie podzielney dwie figury pier-
wsze odcinam, y mówię *naprzod*, 52, w 88, biorę
raz, zaczym iedno czyli 1, za pierwszą część Wie-
loraza piszę, a zmnożywszy przez nie Dziel-
nika, raz pięćdziesiąt y dwa, są pięćdziesiąt y dwa,
produkt 52, odcinam od dwuch pierwszych figur
liczby podzielney, z ktorego odciągnięcia zostaje mi
się 36. W tych, że Dzielnika 52 brać nie mogę,
składam przeto następującą z liczby podzielney fi-
gurę

gure 5, a położywszy ją przy 36, mam 365, y mówię *powtore*, 52, w 365, biorę siedm razy, zaczym 7 piszę za drugą część Wieloraza, a zmultiplikowawszy przez nie Dzielnika, siedm razy dwa, są czternaście, siedm razy pięć są trzydzieści y pięć, mam cały produkt 364, ten odciągam od liczb, które dopiero dzieliłem, po którym odciągnięciu, zostaje mi się jedno czyli 1, kładam zarym następującą czwartą figurę z liczby podzielney 2, a położywszy je przy jednym pozostałym, mam 12, y mówię *potrzecie*, 52 we 12, nie mogę brać, tu, że nową z liczby podzielney złożyłem figurę, a dzielnik w niej mieścić się nie może, zaczym podług poprzedzających Reguł, kładę za to w Wielorazie zatrzecią część cyfrę 0, a następującą piątą z liczby podzielney figurę, która tu jest 0, złożywszy do 12, mam 120, y mówię *pozwarte*: 52 w 120, biorę dwa razy, zarym 2 kładę za czwartą część Wieloraza, przez które to 2, zmultiplikowawszy Dzielnika 52, produkt wypadający 104, odciągam od 120, y mam resztę pozostałą 16, a ponieważ już całą liczbę podzieliłem, zaczym podług ostatniej, wyżej przepisanej Reguły reszta pozostała 16, idzie na liczbę samą, której też 16 są *numeratorem*, a *denominatorem* cały Dzielnik $\frac{16}{52}$. To uczyniwszy, odpowiadam owemu który mnie pytał, względem rozporządzenia roczney swoiey intraty, że na cały Rok mu wystarczy, jeżeli każdego tygodnia expensować będzie 1702 Złote, y sześćnaście części Złotego jednego, podzielonego na części pięćdziesiąt y dwie.

Przy-

mil 2
potrz

y sied
ści tra

byteg
Złoty

Dziel
ciaw
podzi
ktore
nierz
nidzie
odein

tem
každy

Przykład trzeci. Mam ubiec w dniach 13, mil 332, chcę wiedzieć, ile każdego dnia ubiec mi potrzeba?

<i>Dzielnik</i>	<i>Licz. podz.</i>	<i>Wieloraz</i>
13.	3 3, 2.	25 $\frac{7}{13}$
	2 6	
	- 7 2	
	6 5	
	- 7	

Każdego tedy dnia ubiec mi potrzeba mil 25, y siedm części z iedney mili podzielwszy ją na części trzynaście, to jest prawie puł mili.

Przykład czwarty. 5000 Żołnierzy płonem dobytego Miaśta, dzielą się wynoszącym na 5000000 Złotych, pytam ile każdy z nich weźmie?

<i>Dzielnik</i>	<i>Liczba podz.</i>	<i>Wieloraz</i>
5 000	5000 000.	1000.

W tym przykładzie dla znajdujących się w Dzielniku cyfer trzech, skracam Dywizyą, gdyż odciawszy te trzy cyfry z Dzielnika, y tyleż z liczby podzielney, dzielę tylko przez pięć, pięć tysięcy z ktorey Dywizyi wypada mi tyśiąc, ile każdy Żołnierz z płonu owego brać powinien, co samo wynidzie gdy przez 5000 będę dzielił 50 00000, nieodecinając cyfer.

Przykład piąty. Za 50 Łasztow zboża wziąłem 14665 Złotych Polkich, pytam, ile za Łaszt każdy przypada?

Dziel-

Dzielnik	Liczba podzi.	Wieloraz
5 0	1 4, 6, 6, 5	293 $\frac{1}{5}$
	1 0	
	- 4 6.	
	4 5	
	- 1 6	
	1 5	
	- 1.	

W tym przykładzie odciawszy jedną cyfrę z Dzielnika, odcinam y z liczby podzielney jedną ostatnią figurę, to jest 5. Ze zaś po odprawioney Dywizyi, z ostatniego odciażnienia zostało się 1, składam do niego 5 z liczby podzielney przy początku Dywizyi odejęte, y mam tę resztę zupełną pozostałą za Numeratora liczby łamaney, ktorey Denominatorem jest cały Dzielnik 50, to jest $\frac{1}{50}$.

Łączy tedy jeden sprzedawę po Złotych 293, y po piętnaście części jednego Złotego podzielonego na części pięćdziesiąt, to jest po groszy 9, czego z dalszych o liczbie łamaney nauk łatwo doysć będzie można.

Co się tycze sposobu na podzielenie liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, ten w trzech następujących zamyka się regułach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba do podzielenia dana, z wielu składa się gatunkow, a Dzielnik z jednego, tedy wyższy gatunek liczby podzielney, gdy jest większy nad Dzielnika, przez niego dzielę, resztę zostającą redukuje na niższy następujący gatunek,

ktory

ktoty znowu przez tegoż samego Dzielnika dzielę,
y tak daley.

Przykład. Dzielę na sześciu Kupcow zysk
30529 Talerow, Złotych 6 groszy 20.

Dzi.	Liczba podzielna	Wieloraz
	Talery Złote Grosze	
6	30,5,2,9. -6 - 20.	5088-2-13-1
	30 8 60	

-- 52. 6 | 14.6 | 8,0.

48 | 12 | 6.

-49. -2 20

48 30 18

-1. 60. -2

3

6 | 6

| 6.

W tym przykładzie, podzieliwszy naprzod
przez 6 Summę Talerow, od ostatniego odciągnię-
nia zostaię mi się Talar 1, w którym zamykaięce się,
Złotych ośm łączę z sześciu Złotemi w liczbie po-
dzielney będącemi. Summę ztąd zebraną 14, zno-
wu dzielę przez 6, a zostaięce mi się po odciągnię-
niu dwa Złote redukuę na groszy 60, które doda-
wszy do groszy 20 w liczbie podzielney będących
mam groszy 80, y dzielę ie przez 6. Toż zosta-
ięce się po ostatnim odciągnięciu grosze dwa zredu-
kowawszy na szelągów 6, znowu dzielę przez Dziel-
nika 6, y mam Wieloraz zupełny liczby do podzie-
lenia

lenia daney Talerow 5088, Złotych 2, groszy 12, szeląg 1, w zadaney kwęsty każdy z sześciu Kupcow dostać się powinno.

Gdy zaś naywyższy gatunek liczby podzielney będzie mnieyszy od Dzielnika, tedy redukuje się wprzod na niższy gatunek, a potym dopiero dzieli się.

Przykład. Dał kto Złotych 4, y groszy 2 do podzielenia na pięciu ubogich, pytam się ile każdemu z nich dać potrzeba? Gdzie że przez 5 czterech dzielić nie mogę, tedy zaraz dane cztery Złote na grosze redukuje, do których dane osobno 20 groszy, przyłączywszy całą Summę groszy, dzielę przez 5, następującym sposobem.

$$\begin{array}{r}
 5 \quad | \quad 4 \quad - \quad 20 \quad | \\
 \quad | \quad 30 \quad | \\
 \hline
 \quad 120 \quad \\
 \quad 20 \quad \\
 \hline
 5 \quad | \quad 140, \quad | \quad 28 \\
 \quad | \quad 10 \quad | \\
 \hline
 \quad - 40 \quad \\
 \quad 40 \quad \\
 \hline
 \quad - - \quad
 \end{array}$$

Każdemu tedy Ubogiemu dostanie się groszy 28.

Reguła druga. Jeżeli liczba podzielna, ieden, a Dzielnik ma w sobie gatunkow więcej tedy w wyżtkie gatunki w Dzielniku na naymnieyszy zredukowawszy, przezeń liczbę podzielną dzielę, a gdyby na ow

czas Summa wliczbie podzielney mnieyszą była, tedy y ta na gatunek mnieyszy redukuje się.

Przykład pierwszy. Za pięć łokci sukna, y ćwierć zapłacono Złotych 84, pytam ile łokieć kosztuje? W tym przykładzie redukuje naprzód 5 łokci, na ćwierci, do których przydawszy ćwierć jedną, mam ćwierci 21, przez które dziełę wydane 84 Złote. Wieloraz 4 wypadnie, pokazuje mi, że ćwierć jedna jest po Złotych 4, a zatem łokieć po Zł. 16.

	Dziel.	Li. pod.	Wieloraz
5 - 1	21	84	4
4 20		84	

20 - 21

Przykład drugi. Za płotną łokci 7, y ćwierci 2, dałem Złotych 20, pytam ile za każdy łokieć zapłaciłem? Ponieważ w Dzielniku są dwa gatunki, to jest łokiec y ćwierć, zatem łokieć redukuje na ćwierci, a przydawszy 2, mam ćwierci 30, przez które że Złotych 20 dzielić nie mogę, redukuje y te na grosze, które dopiero przez ćwierci zredukowane podzieliwizy, mam cenę ćwierci jednej owego płotna, groszy 20, zatem łokieć wyniesie mi na Złotych 2 y groszy 20.

7 - 2	20	
4	30	
28	600	
2		
30		
Dziel.	Licz. podzi.	Wieloraz
30	600	20

D

Regu-

Reguła trzecia. Jeżeli tak Dzielnik, iako y liczba podzielna z wielu składa się gatunkow, tedy y w Dzielniku, y w liczbie podzielney wszystkie gatunki na najmniejszy osobno redukować potrzeba, toż przez Dzielnika, liczbę podzielną dywidować.

Przykład. Za trzy oka kawy, y funt ieden, dałem Złotych 22, groszy 10, chcę wiedzieć, ile ok iedno kosztuje? naprzód ok 3 zmnożywszy przez 3, redukuję na funtów, 10, co będzie nowym Dzielnikiem. Potym Złote 22 redukuję na grosze, y mam wszystkich groszy 670; które nakoniec przez funtów 10 podzieliwszy, wypada mi funt ieden po groszy 67, to jest po Złotych 2, y groszy 7, a za tym oko po Zł. 6, y gr. 21, a to w ten sposób?

22	-	1	22	-	10
3			30		
9			660		
1			10		
Dzielnik			Liczba podziel.		Wieloraz
10			670.		67
			60		
			- 70		
			70		
			--		

Przeftroga I. Dzielnik w tey części liczby podzielney, którą dzieli, więcej nigdy nad dzielnicę razy brać się nie może. Tu zaś liczba, co po odciągnięciu produktu od liczb do podzielenia

wzię-

wzię
mu
mnie
nad
do po
się m

dziel
tu dla
by pr
przez
mnoży
mnoży
prze
przez
inny
nie s
wzięt
liczb
powin
dzielić

wziętych zostać się, większa nad Dzielnika, ani mu równa, nigdy być nie powinna, ale zawsze mnieysza, bo jeżeli Dzielnikowi jest równa, lub nad niego większa, znać że Dzielnik w liczbie do podzielenia odcięty, mniej wzięty był, niżeli się mógł być brać.

Przestroga II. Jest jeszcze inny sposób na dzielenie liczb zntajczora przywiekizych, który tu dla wiadomości podać się, y natym zależy, ażeby przed zaczęciem Dymrzy, naprzód Dzielnika przez liczby 1, 2, 3, 4, &c. aż do 9 porządkiem multiplikować, y wszystkie z tej multiplikacyi wynikające produktu jeden pod drugim pisać, przydamy na drugiej stronie linijki, liczby te, przez które Dzielnik multiplikowany, ten a nie inny ma produkt te bowiem produktu nic innego nie są, tylko Dzielnik raz lub dwukroć razy wzięty, y wskazują nam, ile razy Dzielnik w liczbach, od liczby podzielney odciętych brać się powinien. Wzzerunek tego w następującym widzieć się daie przykładzie.



Dzielnik	Liczba podzielna		Wieloraz
y Produkta iego aż do 9.			
1	144	214, 0, 0, 1, 1, 7, 1, 2.	14861192 ⁶⁴ 144
2	288	144	
3	432	- 700	
4	576	576	
5	720		
6	864	1240	
7	1008	1152	
8	1152	-- 881	
9	1296	864	
		- 171	
		144	
		- 277	
		144	
		1331	
		1296	
		-- 352	
		288	
		- 64	

Przeſtroga III. Tabliczek Nepera, o których w przeſtrodze drugiey po multiplikacyi mowiliśmy z równą wygodą do Dywizyi, tak y do Multiplikacyi zażyć można ſpoſobem naſtępującym. Miałeć naprzykłąd podzielić 10504 przez 52, piſeć naprzód te dwie dane liczby na oſobney karcie, tak iako ſię do dywizyi piſać porowny. Potwore. Biorę Tabliczki E. B. u których wierz-

chu

ebu
dam
kacy
przy
trze
kien
ktor
ka t
czy
iące
popr
raz,
go, z
meg
zam
czek
repr
bliż
w dr
naye
te.
A, z
zem
pran
cie n
pier
ktor
szost
podz
wiſt
czy

chu są liczby 52 Dzielnika składające, układam je wzajemnie jedną przy drugiej, iak w Multykacyi, toż Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, przysługam na lewym boku Tabliczki E. Potrzebie. Odcinam z liczby podzielney z Dzielnikiem na osobne, karcie napisanej, pierwszą część, którą naprzód przez Dzielnika mam dzielić, iaka tu jest 105, a ponieważ Wielorazy, czyli liczby naturalne na pierwszej Tabliczce znajdujące się 1, 2, 3, 4, &c. pokazują mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, Dzielnika 52, raz, dwukroć, trzykroć, czterokroć &c. wziętego, iako się łatwo z przeszłej Przestrogi, y z samego Tabliczek robienia dorozumieć można, uważam więc w ktorej poprzeczney kolumnie Tabliczek, Dzielnika raz albo kilka razy wziętego reprezentujących, taż sama liczba 105, lub najbliższa iey mieści się, czyli znajduje, y widzę że w drugiej kolumnie poprzeczney zamyka się 104 najbliższa liczbie owej odciętej 105. Poczwarte. Przy tej kolumnie, z na pierwszej Tabliczce A, w tym samym rzędzie położone, są wielorazem tej pierwszej części, zacznij te 2 piśm na prawej stronie liczby podzielney na osobnej karcie napisanej. Popiszte. Odcinam 104 od owej pierwszej części odciętej z liczby podzielney, po którym odcignieniu mam zostające się 1. Poiszte. Do tego 1 składam następującą z liczby podzielney cyfrę 0, y mam 10, w których że oczywista jest, iż Dzielnik 52 brać się nie może, zaczynam za drugą część Wieloraza na osobnej karcie

cie napisawszy cyfrę, składam do omych 10, na-
 stępującą z liczby podzielnej figurę 4, a tak mam
 104. Potiodmie. Uważam znowu, w ktorej po-
 przecznej kolumnie Tabliczek Dzielnika kilka
 razy wziętego reprezentujących, ta liczba 104
 lub iey najbliższa zamyka się, y znaydę w dru-
 giej kolumnie, 104, liczbę ktorej mi prawie po-
 trzeba było, a przy niej w pierwszey Tabliczce
 2, y te są trzecią częścią Wielorazu. Nakoniec.
 104 od 104 odciągamy, nie zostaje się nic, a
 zatem Dymizya skończona. Liczby tedy 10504
 podzielony przez 52, Wieloraz jest 202.

A. E. - B.

1	5	2
2	0	4
3	5	6
4	0	8
5	5	0
6	0	2
7	5	4
8	1	6
9	5	8

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 105,0,4,} 202 \\
 \underline{104} \\
 -- 104 \\
 \underline{104} \\

 \end{array}$$

Prze-

Przetłoga IV. O Doświadczeniu dobrze uczynioney Dywizyi, mowić się będzie w następującej Propozycji.

PROPOZYCYA VII.

Dowieść należyście uczynioney Multiplikacyi, y Dywizyi.

Powszechnie u Aarytmetykow iest *axioma*: *Destruit multiplicatio, quod fecit Divisio, & restaurat Divisio, quod destruxit multiplicatio*, to iest: Produkt multiplikacyi przez Dywizyą, a Wieloraz Dywizyi przez multiplikacyą przywracają się do liczb pierwszych które do mnożenia, lub do podzielenia, dane były.

Na doświadczenie tedy dobrze odprawioney multiplikacyi, podziel produkt przez multiplikatora, a Wieloraz liczbie do multiplikacyi daney, rowny bydz powinien: inaczey błąd w multiplikacyi stać się musiał. Tak w pierwszym przykładzie z multiplikacyi produkt 27432, podzieliwszy przez multiplikatora 8 wynika mi Wieloraz 3429 rowny we wżysłkim liczbie do mnożenia dancy.

$$\begin{array}{r}
 3429. \\
 \underline{8} \\
 8 \overline{) 27432} \quad | \quad 3429 \\
 \underline{24} \\
 34 \\
 \underline{32} \\
 23 \\
 \underline{16} \\
 72 \\
 \underline{72} \\
 0
 \end{array}$$

Na

Na doświadczenie Dywizyi, Wieloraz przez Dzielnika zmnożywszy, y przydawszy resztę, jeżeli się iaka w podziale została, produkt równy być powinien, liczbie do dzielenia danej. Tak w przykładzie pierwszym z Dywizyi, Wieloraz 21141 zmnożywszy przez Dzielnika 6, produkt 126846, wypada, równy liczbie do podzielenia danej.

Dzielnik	Liczba podz.		Wieloraz
6	12, 6, 8, 4, 6,		21141
	12		6
	-- 6	Produkt	126846.
	6		
	- 8		
	6		
	24		
	24		
	- 6		
	6		
	-		

Z podobną, iak w Addycji, y w Subtrakcyi łatwością, doświadczyć także można dobrze odprawionych Mnożeń, y Dywizyi, przez wyrzucenie dziewięciu. Naprzód albowiem po uczynioney mnożeniu wyrzuca się po dziewięć z liczby A. do mnożenia danej, a 4 pozostałe kładą się na wierzchu krzyża M. Powtórę, wyrzuca się po dziewięć z mnożnika B, a 1 od dziewięciu pozostałe, kładzie się na dole krzyża N. Potrzebie, te dwie reszty,

resztę
wyrz
poz
z pr
wyrz
ciu, z
wna
gim b

A.
B.

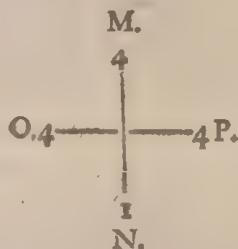
C.

nika
chu k
loraz
za R.
wszy
fra c
boku
9 wy
czbie
puige
ku K

przez
resztę,
rowny
Tak
ieloraz
6, pro-
dziele-

reszty, moltiplikują się między sobą; a z produktu wyrzuciwszy ile razy można po dziewięć, reszta ztąd pozostała 4, pisze się na boku krzyża O. *Nakoniec*, z produktu generalnego C, także przypadające 9 wyrzuciwszy, liczba, która się od ostatnich dziewięciu, została, liczbie O na boku krzyża napisaney równa być powinna. iakie tu są 4, y piszą się na drugim boku tegoż Krzyża P.

$$\begin{array}{r}
 \text{A.} \quad 1228 \\
 \text{B.} \quad \quad 19 \\
 \hline
 \quad 11052 \\
 \quad 1228 \\
 \hline
 \text{C.} \quad 23332
 \end{array}$$



cyfa-
odpra-
wyrzuce-
nioney
zby A.
wierz-
ziewięć
zostałe,
te dwie
sąty,

W Dywizyi *naprzód* wyrzuca się po 9 z Dzielnika D, y reszta 3 od 9 zostająca, pisze się na wierzchu krzyża Q. *Powtórę*, wyrzuca się po 9 z Wieloraza F, y reszta pozostała 3, pisze się na dole krzyża R. *Potrzebie*, te dwie reszty z moltiplikowawszy między sobą, y wyrzuciwszy z produktu 9, cyfra o, w tym przykładzie pozostała kładzie się na boku krzyża S. *Nakoniec*, z liczby podzielney po 9 wyrzuciwszy, resztę mieć powinienem równą liczbie na boku Krzyża T, napisaney, która w następującym przykładzie jest o, y piszę ją na drugim boku Krzyża T.

<p>D. 12 E. 24, 0, 1, 2 E. 2001</p> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <p align="center">24</p> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <p align="center">-- 0</p> <p align="center">12.</p> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <p align="center">12</p> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <p align="center">--</p>	<p>S. 0 ———— 0 T.</p>	<p>Q.</p> <p>3</p> <hr style="width: 1px; margin: 2px auto;"/> <p>3</p> <hr style="width: 1px; margin: 2px auto;"/> <p>R.</p>
---	-----------------------	---

Przeſtroga. Dotąd o proſtych rachunkach, całkowitych tak iednego, iako, y różnego gatunku, mówiliśmy. Przeſtrogi y nauki ſzczegulniczyſe o każdym z oſobna rodzaju rachunkow, podane, im lepiej kto ſpamięta, y doſkonaley poymie, tym mniej dla ſiebie znaydzie trudności w naſtępujących wyżſzey Arytmetyki Regułach. A że naye częſciey liczby różnego gatunku w Rachunek wchodzą, z tey przyczyny każdy o to ſtarac ſię powinien, ażeby doſkonale wiedział cenę, y proporcya gatunku niźſzego do gatunku wyżſzego kaźdey rzeczy, mając zupełną monet, wag, y miar, wiadomość; ktore iako w kaźdym Kraiu nie ſą iednakowe, tak Reguła na nie generalna, nie tak z przepiſu Rachmiſtrzow, iako bardziey z codzienney praktyki, zabrac ſię może, a właſzcza w naſzym Kraiu, gdzie w kaźdey prawie Prowincyi nazwiſka, proporcye miar ſą różniące ſię między ſobą. Których ſpecyfikacyą obſerwney tu wyrażać, za rzecz mniej potrzebłą oſądziłem, aż poki zupełna w całym Pańſtwie tak monety, iako wag, y miar, nie naſtąpi koekwacya, y ieden wſzędzie walor.

Za-

Kweſ
przez
na, d

Zam
ktore

Z
Nier
Pyta

maſz
20,0

pyta
miał

18,
37,
poży
Wſz
9, c

żenie
amu
od M

Zakończę Rozdział ten, kilka ciekawemi
Kwestyami, ażeby łatwością w solwowaniu ich
przez proste Arytmetyki Reguły, Młódz zachęco-
na, do dalszych tym chętniej brata się.

PROPOZYCYA VIII.

Zamyka: ca w sobie niektóre ciekawe zadania,
które przez poprzekładające proste Arytmetyki
Reguły łatwo solwować można.

ZADANIE I. Z powszechnego Astronomow
wymiaru, Słońce odległe jest od ziemi na mil
Niemieckich 20,136,600 a Miesiąc na mil 54900.
Pytam jak wielka jest odległość Słońca od Miesiąca.

Odciągnąwszy liczbę mnieyszą od większey,
masz odległość Słońca od Miesiąca, mil Niemieckich
20,081,700.

ZADANIE II. Ma Ojciec lat 37, Syn lat 9;
pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn
miał połowę lat Oycowskich?

Mułyplikuy lata Synowskie przez 2, produkt
18, rząd wypadający, odciągnij od lat Oycowskich
37, reszta 19, pokaże ci, że lat 19 Syn z Oycem
pożywszy, będzie i miał połowę lat Oycowskich.
Wszakże 19 a 37, czynią 56, a zdrugiey strony 19
9, czynią 28, co jest połową lat 56.

ZADANIE III. Troje w lat 431 przed zało-
żeniem Rzymu zburzyli Grecy. Od założenia Rzy-
mu aż do Narodzenia Chrystusa upłynęło lat 753,
od Narodzenia Chrystusa aż do Roku terażniejsze-

go wyszło lat 1776, pytam, ile lat minęło od zburzenia Troi?

Dodawszy wszystkie trzy wzwyż wyrażone Summy, masz lat 2960, które od zburzenia Troi do tych czas upłynęły.

ZADANIE IV. Prochow palących wynalazek, przypisują Bartoldowi Mnichowi Kolonickiemu, około Roku 1380, chcę wiedzieć, ile lat od wynalazku prochow minęło?

Odegnij Rok wzwyż wyrażony od Roku terazniejszego, a reszta 396, to ci pokaże.

ZADANIE V. Homer od Hezyoda spytany, ile Greków na pierwszą ekspedycyą pod Troię wyprowadził się? Odpowiedział:

*Siedm kuchen było, a z każdej przypadło
Pięćdziesiąt stołów zastawić potrawy,
Dziemię set Greków za ieden stoł siadło,
Zdatnych iedynie do Woiennej sprawy.*

Zmnożywszy, naprzód 7 przez 50, a potem produkt ztąd wynikający 350 przez 900, masz produkt generalny 315000; ile Woienników Greckich pod Troię na pierwszą ekspedycyą wyprowadził się.

ZADANIE VI. Na teyże Woynie Trojańskiej, która lat 10 trwała, zginęło o gołem Greków y Trojan 1,566,000, ale tak; że klęska Greków, 194 tysiącami więcej nad Trojan wynosiła, pytam ile zginęło Greków, ile Trojan?

Do połowy Summy generalney dodawszy połowę przewyższki, czyli różnicy, która tu między klęskami zachodzi, masz liczbę zabitych Greków

880000,

880000, a od połowy Summy generalney odciągnąwszy połowę teżę przewyższki, masz liczbę zabitych Trojan 686000.

ZADANIE VII. Obwód czyli Cyrkuł okręgu Ziemowodnego dzieli się na 360 Gradusów, w iednym Gradusie jest mil Niemieckich 15, Polskich 18, pytam ile ma mil Niemieckich, lub Polskich, odwod caſey ziemi?

Zmnożyłszy 360 Gradusów przez 15, masz okręgu ziemskiego na mil Niemieckich 5400, a z mnożyłszy też gradusy przez 18, masz mil Polskich 6480.

ZADANIE VIII. Podrożny żartując z Arytmetyka, rzecze do niego: Doydź przez twe rachunki, ile mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, kaze ie podrożnemu sekretnie mnożyć przez 9, toż produkt podzielić przez 3, a Wieloraz z tej Dywizyi wypadający, znowu mnożyć przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy przez 18 ma mil zadanych kwotę. Daymy że mil owych było 24, te z mnożyłszy przez 9, jest produkt 216, który podzieliwszy przez 3, wypada Wieloraz 72, a ten mnożyłszy znowu przez 6, wychodzi produkt 432, ten produkt ostatni gdy nakoniec podzielić przez 18, mam Wieloraz 24, która mil liczba założona była.

ZADANIE IX. W pewney Fortecy było Francuzow y Szwaycarow 2,114, na Szwaycarow tylko raz w tydzień warta przypadała, pytam wiele było Francuzow, a wiele Szwaycarow? Po-

Podziel 2,114, przez dni 7, z których składa się jeden tydzień, a Wieloraz pokaże ci liczbę Szwajcarów 302; Wieloraz ten odciagnąwszy od 2,114, reszta 1,812 pokaże ci liczbę Francuzów.

ZADANIE X. Dwóch Braci, proszą trzeciego o orzechy, które niedawno kupił! Na co im tak mowi:

*Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,
Siostram dał Siostrze. Wy chcecie ośtatka?
Z tysiąca dwóch set, tylko te, mam w reszcie,
Których zgadnąć, wszy liczbę, wszytkie wreszcie.*

Podziel naprzód 1,200 przez dwa, a Wieloraz pokaże ci, że Oyciec wziął 600.

Podziel powtórę 1,200 przez 4, a Wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła 300.

Podziel potrzecie 1,200 przez 6, a Wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Zniosłszy te Summy parcyalne, Summę z nich zebraną 1,100 odciagnij od 1,200, reszta od odciagnienia pozostała, pokaże, że jeszcze zostało mu się orzechów 100, które dwom Braci ofiarował.

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach Liczb Łamanych.

I. Liczba Łamana, którą inaczej zowiemy *Frakcyą* lub *Minucyą*, jest część jedna, albo więcej części rzeczy jakiej, na kilka równych części podzieloney. Tak podzieliwszy Złoty jeden na trzy części, gdy mam z tych trzech części, dwie, mowi się że mam dwa ze trzech, co na piśmie tak się wyraża $\frac{2}{3}$. Do

Do wyrażenia tedy liczby łamancy, dwa numery konieczne są potrzebne, jeden który kładę nad linią a ten zowie się Licznik, *Numerator*, y wskazuje mi, wiele mam części z rzeczy podzieloney. Drugi, który piszę pod linią, a ten zowie się Mianownik, *Denominator*, y wymienia mi, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak na przykład:

znaczy, że mam jedną ze dwóch, czyli połowę, jedną ze trzech, dwie z siedmiu, cztery z dziewięciu, iedenąście ze dwudziestu części rzeczy jakiej, na takowóz części równie podzieloney.

II. Liczba łamana, w ktorej Licznik *Denominatorowi* rowny będzie, znaczy iedno całkowite, tak mając $\frac{3}{3}$ trzy ze trzech; mam iedno całe, bo mam 3 części z rzeczy tej, która na też łame 3, podzielona była.

III. Liczba łamana, w ktorej *Numerator* nad *Denominatora* jest większy, zowie się *impropria*, to jest niewłaściwa czyli zmyślona tylko; y wynosi więcej nad iedno całkowite. Tak mając $\frac{5}{3}$ pięć ze trzech części iednego Złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na które, Złoty podzielony był, y dwie procz tego części, drugiego Złotego, na takowóz równe trzy części podzielonego, to jest mam Złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego Złotego, czyli groszy 20; co się tak wyraża $1\frac{2}{3}$. Złoty ieden, y dwie ze trzech części, drugiego.

Ztąd oczywiście pokazuje się, że ilekroć liczba łamana jest właściwa, zawsze cena iey jest mniejsza od iednego całkowitego, gdyż w niej Licznik mniejszy jest od Mianownika; a Mianownik wskazuje na wiele części iedno całkowite podzielone było.

IV. Ktoraby z danych frakcyi była większa nie tak łatwo poznać można. Tak zgadnąć od razu trudno, która z następujących dwóch frakcyi jest większa: $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{7}$. Gdy jednak dane frakcye jednego Licznika mieć będą, ta z nich mniejsza będzie, krotcy Mianownik będzie mniejszy; tak frakcya $\frac{1}{2}$ jest większa nad frakcyą $\frac{1}{4}$, iako też frakcya $\frac{2}{7}$ nad frakcyą $\frac{3}{7}$. Gdy zaś dane frakcye Mianownika jednego mają, ta z nich jest większa która większego ma Licznika. Tak większa jest frakcya $\frac{2}{3}$ nad frakcyą $\frac{1}{3}$, tudzież: $\frac{3}{4}$ nad $\frac{1}{4}$. A gdy danych frakcyi y Liczniki y Mianowniki różnią się od siebie; w ten czas dla poznania większości lub mniejszości iedney od drugiey, trzeba je wprzod do iednego Mianownika zredukować, sposobem który się poda niżej w Propozycyi III, tego Rozdziału.

V. Ceny liczb łamanych iednego Licznika mających są do siebie w proporcyi swoich Mianownikow na przemian wziętych, *in proportione reciproca suorum Denominatorum*, to jest: tak się ma cena frakcyi $\frac{3}{4}$, do ceny frakcyi $\frac{2}{7}$, iak się ma 5, Mianownik frakcyi drugiey do 7, Mianownika frakcyi pierwszej, $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{7}$: : 5. 7. Ceny zaś Frakcyi Mianownika wspólnego mających, są do siebie w proporcyi swoich własnych Licznikow; tak: cena Frakcyi $\frac{2}{3}$ jest do ceny Frakcyi $\frac{1}{3}$, iak się ma 2, Licznik frakcyi pierwszej do 1 Licznika frakcyi drugiey; $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$: : 2. 1. (*)

VI.

(*) O Proporcjach będzie się mówiło w Rozdziale IV. y okazanie niezawodności tego punktu tam najlepiej pokaże się.

VI. Ułamek liczby samancy, czyli Frakcyja Frakcyi, jest część, od samej, że Frakcyi odejta, tak gdy z $\frac{2}{3}$ odeinam połowę, mowi się że jest odejta połowa dwóch ze trzech, a pisze się tak: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$; liniyka te dwie Frakcyje przedzielająca znaczy, że pierwsza Frakcyja jest częścią Frakcyi następującej. Tak mając $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego Złotego, to jest gr. 20, gdy z tych daię komu $\frac{1}{2}$ czyli połowę; mowi się, zem mu dał połowę dwóch ze trzech części iednego Złotego, to jest groszy 10.

VII. Dla unikniemia przydatku zatrudnienia w Rachunkach zażywać bezczemny na pot, m następujących znakow Ar tmet, czynych. pomśebnie wś stkm Rachmistrz m świadom, ch, które dobrze w pamięć wbić sobie potrzeba. żeby zmałey na nie bacznosc, omyłk y błędow w dalszych Rachunkach niepopęłniać.

Znak tedy równości między liczbami jest taki: $=$; naprzykład $a = b$, znaczy że cennu pod literą a, wyrażona, równa jest we wszystkim cenie, która pod literą b, mieści się,

Znak Addycyi jest $+$ nazywa się plus, to jest więcej, co u nas wyrazić się może tą Koniunkcją, a, tak naprzykład $2 + 3 + 5 + 1 = 11$, znaczy: że 2, a 2, a 5, y iedno czynią 11, albo równe są iedenastu.

Znak Subtrakcyi jest $-$ minus, mniej, np. $8 - 5 = 3$, znaczy, że ośm zmniejszone pięcioma równa się trzem.

Znak Multyplikacyi jest \times Tak $5 \times 3 = 15$, znaczy że pięć zmultyplikowane przez trzy równa się piętnastom.

Znak Dywizyi wyraża się Frakcyą, w której liczba do dzielenia dana, kładzie się na miejscu Numeratora, a Dzielnik, na miejscu Denominatora, *na przykład* $\frac{18}{3} = 6$, znaczy że 18 podzielone przez 3, równa się sześciom.

Znak proporcji, czyli względu równego między liczbami jest, *: naprzykład* $2.4::5.10$, znaczy, że między 2 y 4, tak sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między 5 y 10, to jest, że iako 2, w 4, tak 5, w 10, zupełnie dwa razy mieszczą się.

Znak proporcji ciągnionej jest $:::$ z samego początku położony; *naprzykład* $::: 2.4.8$, znaczy że średnia liczba 4, bierze się dwa razy, raz, iako 2, dwa razy w sobie zamyka, drugi raz, iako sama w 8 dwa razy wzajemnie mieści się.

VIII. *Aksjomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne, do doskonałego, liczb łamanych zrozumienia potrzebne.*

AKSYMATA I.

Jedno do całej Frakcji tę ma proporcję, iaką ma proporcję Denominator tejże Frakcji do swego Numeratora. *Naprzykład* $1, \frac{2}{3} :: 3.2$, iedno bowiem, jest to rzecz cała nie podzielona, która tak się ma do swoich części, przez całą Frakcyą wyrażonych, iak się ma Denominator, który nie innego nie jest, tylko też samo iedno na części podzielone, do tychże samych swoich części w Numeratorze zamkniętych. Pokażmy to w *Przykładzie*, niechay będą $\frac{2}{3}$, dwie ze trzech części iednego Złoty, to jest groszy 20. Złoty tedy ieden tak się ma do

ktorey
scu Nu-
ora, na-
e przez

do $\frac{2}{3}$, to iest do groszy 20, ktore cała Frakcyja $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się maią groszy 30, czyli Złoty do groszy 20, to iest Denominator do Numeratora.

AXYOMA II.

go mię-
znaczy,
a, tenże
ko 2, w
się.
samego
znaczy
aż, iako
ko sama

Frakcyje w ktorych Numeratory iednakową do Denominatorow swoich maią proporcycją, są rowne, y iedney ceny. *Naprzykład* $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$. Ponieważ w każdej z tych Frakcyi numerator dwa razy zupełnie mieści się w swoim Denominatorze, z tey przyczyny wszystkie te Frakcyje ieden walor maią, to iest wszystkie znaczą połowę.

AXYOMA III.

wodne
manych

Frakcyja, ktorey tak Numerator, iako y Denominator przez tę samą multiplikuią się, lub dzielą razem liczbę, waloru swego nieodmienia, y zawsze iedney iest ceny, tak następuiącey Frakcyi $\frac{4}{8}$ multiplikuiąc przez 5 tak Numeratora 4, iako y Denominatora 8, wynika Frakcyja $\frac{20}{40}$, ktora toż samo znaczy, co pierwśza. Podobnymże sposobem dzieląc tak Numeratora 4, iak Denominatora 8, przez 2, wynika Frakcyja $\frac{2}{4}$, tegoż samego co y pierwśza, waloru.

iąką ma
do swe-
2, iedno
tora tak
ę wyra-
c innego
podzielo-
Numerat-
kładzie,
ego Złot-
k się ma
do

Ztąd idzie: że niezliczone mogą być frakcyje iedneyże ceny, acz nie iednymi terminami czyli liczbami będą wyrażone, iakie są np. następujące frakcyje. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{1}{3}$, y inne tym podobne.

Przetłoga. *Wiele zależy na tym, ażeby do-
tąd wyrażone o Liczbach łamanych, nauki, Defi-
nicyje, y Axyomata, dobrze zrozumieć y pomnieć,*

bez czego, następujące Propozycye niemało trudności sprawić by mogły.

PROPOZYCYA I.

Danych dwóch Liczb znaleźć miarę powszechną największą.

Miarą dwóch liczb powszechną największą jest liczba taka, która, równie zupełnie, y bez najmniejszey reszty, obydwie dane liczby dzieli, *na przykład między 12 y 15, miara powszechną największą jest 3, gdyż przez te 3 podzieliwszy 12, wychodzi mi pełna 4, a podzieliwszy 15, wychodzi mi pełna 5, bez najmniejszey od obydwu liczb danych reszty.* Dla tego zaś liczba taka nazywa się *miarą największą, że liczb przez nią podzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarówno podzielić nie może.*

Chcąc tedy dwóch liczb danych powszechną miarę największą znaleźć, jedney *na przykład* pod literą A, drugiej pod literą B, wyrażoney; dziel na-
przód liczbę większą A, przez liczbę mnieyszą B, a Wieloraz z tego podzielenia wypadający, mino pu-
ściwszy, przez resztę pozostałą C, dziel znowu li-
czbę mnieyszą B, a zaniechawszy y tu Wielorazą, znowu przez zostającą się resztę D, dziel liczbę C,
gdzie znowu Wieloraz porzuciwszy, przez resztę E, dziel liczbę D, toż przez resztę F, dziel znowu liczbę E, która liczba F, że bez najmniejszey reszty podzie-
liła liczbę E, jest dwóch liczb A y B na początku da-
nych największą powszechną miarą, której szuka-
jąc,

leś, a
kszą
szą li
od po
zerun
B.

chney
mi, ie
H.

Jeżeli, a zatem podzieliwszy przez 18, naprzód większą liczbę A 234, wypadnie ci 13, potem mniejszą liczbę B, 144, wypadnie ci 8, bez najmniejszej, od podzielenia obydwu danych liczb reszty. Wizerunek tego masz następujący.

$$\begin{array}{r|l} B. 144 & A. 234 \quad | \quad 1 \\ \hline & 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} C. - 90 & B. 144 \quad | \quad 1 \\ \hline & 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} D. 54 & C. 90 \quad | \quad 1 \\ \hline & 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} E 36 & D. 54 \quad | \quad 1 \\ \hline & 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} F. 18 & E. 36 \quad | \quad 2 \\ \hline & 36 \end{array}$$

Przykład drugi. Szukam największej powiększonej miary, między następującymi dwoma liczbami, jedney pod literą G, drugiey pod literą H.

$$\begin{array}{r|l} H. 102 & G. 438 \quad | \quad 4 \\ \hline & 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} I. - 30 & H. 102 \quad | \quad 3 \\ \hline & 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} K. 12 & I. 30 \quad | \quad 2 \\ \hline & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} L. - 6 & K. 12 \quad | \quad 2 \\ \hline & 12 \end{array}$$

E 3

Mie-

Między temi dwoma danemi liczbami, największa powszechna miara, jest 6, przez które, dzieląc liczbę większą G. 438, wypada 73. Dzieląc tudzież liczbę mnieyszą H. 102, wypada 17 bez naymnieyszey od podzielenia obydwu liczb reszty.

Jeżeli zaś po skończoney tym sposobem między dwoma danemi liczbami Dywizyi, zostaie się 1, znak jest że liczby dane powszechney żadney miary między sobą nie mają, y są względem siebie *numeri incommensurabiles*, liczby niezmierzyste, iako to daie się widzieć w następujących dwóch liczbach, pod literami M. y N. wyrażonych.

$$\begin{array}{r|l} \text{N. } 49 & \text{M. } 134 \\ \hline & 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{O. } 36 & \text{N. } 49 \\ \hline & 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{P. } 13 & \text{O. } 36 \\ \hline & 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Q. } 10 & \text{P. } 13 \\ \hline & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{R. } 3 & \text{Q. } 10 \\ \hline & 9 \end{array}$$

1

Ze tedy te dwie liczby M, y N, dzieląc między sobą wzwyż wyrażonym sposobem, zostaie mi się nakoniec 1. Znak jest że liczby owe żadney powszechney miary nie mają, a przeto przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, ażeby się od obydwu nic nie zostało.

Demon-

Demonstracya czyli ukazanie tey operacyi, przez się jest iawne. Bo przez nieustanne owe liczby mniejszey od więkkszey przez Dywizyą odeignienie, przyść na ostatek koniecznie musimy, do takiej liczby, ktoraby danych liczb rownym była wymiarem, albo wskazała nam przynajmniey, że między liczbami danemi żadna miara powszechna znaleźć się nie może. Liczba, dane liczby dzielić rownie mogąca, zowie się ieszcze inaczey liczb owych część ıla, *Pars aliquota*, a liczba ktora danych liczb, iako miara powszechna dzielić nie może, zowie się część iakaś, *Pars aliquanta*. iedney z nich, to jest tey, ktora bez pozostan a reszty nie dzieli.

Przełtoga. Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym z z , t. bydź może za najmniejszą pows. chną miarę, między sobą, y drugą liczbą daną, tak 7 jest największą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypada 1, a 21 podzieliwszy przez 7, wypadają 3; bez najmniejszey od liczby oboiocy, reszty.

PROPOZYCYA II.

Liczbę łamaną na najmniejsze terminy redukować.

Do iasney, y łatwiejszey, liczb łamanych Rachuby, naywięcey pomaga, kiedy ic do iak najmniejszych redukuemy terminow, ktoremi Frakcye wyrażone, toż samo znaczą, co znaczyły przedtym w wielkich terminach zamknięte.

Chcąc tedy Frakcyę do najmniejszych terminow redukować naprzod przez Propozycyę poprze-

działcą znajdziy największą powszechną miarę, między iey Numeratorem, y Denominatorem.

Powtore. Przez wynalezioną największą powszechną miarę, podzieli osobno Numeratora, y osobno Denominatora Frakcyi danej; Wieloraz Numeratora, będzie nowym Numeratorem, Wieloraz Denominatora, będzie nowym Denominatorem Frakcyi nowej, rowney we wszystkim danej Frakcyi przez *Axyoma III.* Tak na przykład Frakcyę następującą $\frac{160}{296}$ chcąc redukować do najmniejszych terminow, szukam przez *Proporcycę* poprzedzającą największey powszechney między temi dwoma liczbami miary, która iest 8, przez te 8 dzieląc Numeratora 160, mam 20, dzieląc potym Denominatora 296, mam 37, z czego wynika mi Frakcyę $\frac{20}{37}$ w najmniejszych terminach wyrażoną, a tegoż samego waloru, co Frakcyę dana $\frac{160}{296}$. Tym samym sposobem czyniąc, z następującey liczby samanew $\frac{60}{8}$, mam inną $\frac{5}{8}$ pierwszy we wszystkim rowną, dzieląc y Numeratora, y Denominatora iey przez 12, które są największą miarę danej Frakcyi $\frac{60}{8}$.

Przełtoga. Redukowanie Liczby samanewy do nam ieyśb terminow przyciężkie iest, y częstokroć siac się nie może. Są jednak niektóre znaki, z ktorych się poznać, możemy dana frakcyę wyrażoną być mnieyszymi terminami?

Naprzod. Ilekroć na końcu obydwoch danej frakcyi terminow będą liczby parzyste, tylekroć liczba 2, będzie ich powszechną miarą, przez którą coraz na mnieysze terminy, powtórzoną kilkakroć Dywizyą zredukowane być mogą, np. Frakcyę

$\frac{128}{132}$

miarę,
n.
szą po-
a, y oso-
az Nu-
Zieloraz
em Fra-
Frakcy
g następ-
ey szych
dzaiąc
dwoma
dzieląc
m De-
mi Fra-
żona, a
Tym
czyby i-
tkim ro-
ey przez
i $\frac{60}{98}$.
aney do
y czę-
niektore
frakcy
b danej
ekroć li-
z którą
lkakroć
Frakcy
 $\frac{128}{132}$

$\frac{128}{132}$, redukuje się do frakcyi $\frac{32}{33}$, gdyż dzieląc daną frakcyą przez 2, wypadnie $\frac{64}{132}$, tę znowu dzieląc przez 2, wypadnie $\frac{32}{66}$, która znowu podzielona przez dwa da inną frakcyą $\frac{16}{33}$, a ta tymże przez 2, podzieleniem wynidzie nakoniec na frakcy. $\frac{8}{17}$.

Powtore: Frakcyą mąiącą na końcu swoich terminow 0, może się redukować niezawodnie na mnieyszą przez 5, lub przez 10. Tym sposobem: $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

Przecie. Każda liczba mąiąca ostatnią figurę 5, przez też 5, punktualnie dzielona być może. Więc Frakcyą $\frac{15}{85} = \frac{3}{17}$.

Poczwarte. Liczby których mąistkie figury prostą addycyą zebrane pokazują się być podzielne przez 3, dzielą się zupełnie przez też 3. Y dla tego frakcyą: $\frac{288}{371}$, przez 3, redukowana być może naprzód na frakcyą $\frac{96}{127}$; a potem na frakcyą $\frac{32}{42}$. Bo Summa figur licznika $2 + 8 + 8 = 18$, y Summa figur mianownika $3 + 7 + 1 = 11$, dzielą się zupełnie przez 3.

PROPOZYCYA III.

Dane Frakcyę do iednego Mianownika, czyli Denominatora redukować.

Redukować Frakcyę do iednego Mianownika nie innego nie jest, tylko uczynić, ażeby Frakcyę różnych Mianowników mąiące, iednego na potym Mianownika miały, nieodmieniwszy nic wewnątrz swej ceny.

Chcąc tedy dwie Frakcyę, naprzykład $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ do iednego Mianownika redukować, rozmnóż na-

Es

przod

przod przez Mianownika drugiej Frakcyi, osobno Licznika, y osobno Mianownika Frakcyi pierwszej, to iest $4X\frac{2}{3}$, masz inną Frakcyą $\frac{1}{12}$, pierwszej ze wszystkim równą. Rozmnoż potym przez Mianownika Frakcyi pierwszej, Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiej, to iest $3X\frac{1}{4}$, masz inną Frakcyą $\frac{2}{12}$, drugiej danej Frakcyi ze wszystkim równą. Otoż te dwie dane Frakcyę, walu swego nie niestraciwszy przez Axyoma III, iednego teraz Mianownika mają.

$$\begin{array}{c|c} \frac{2}{3} X \frac{1}{4} & \frac{1}{6} X \frac{10}{12} \\ \hline \frac{8}{12} & \frac{10}{12} \end{array}$$

Jeżeli zaś danych będzie więcej liczb łamanych, ażeby ie do iednego Mianownika redukować, *naprzykład* $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. W ten czas *naprzod* przez produkt Mianownikow drugiej, y trzeciej Frakcyi, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszej, to iest $20 X \frac{2}{3}$ masz Frakcyą nową $\frac{40}{60}$ pierwszej ze wszystkim równą, przez Axyoma III. *Ponowtore* przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszej, y trzeciej, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiej, to iest $15 X \frac{1}{4}$, masz Frakcyą nową $\frac{15}{60}$ drugiej danej Frakcyi ze wszystkim równą; przez toż Axyoma III. *Potrzaście*. Przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszej, y drugiej rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi trzeciej, to iest $12 X \frac{1}{5}$, masz Frakcyą nową $\frac{12}{60}$ trzeciej danej Frakcyi ze wszystkim równą przez toż Axyoma III. Aż oto te trzy Frakcyę, walu swego wewnętrznego nie niestraciwszy, iednego ius Mianownika mają.

$$\frac{2}{3} X \frac{1}{4}$$

go M
przez
Miano
osobno
bna d

dwóch
Frak
tey L
Mian
Den
lit, a
wnika
stepu
nator
razy
giey;
kowa
wśey
Mian

pozn
większ
now
większ

$$\begin{array}{c} \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \\ \frac{40}{60} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \\ \frac{20}{40} \end{array}$$

Toż samo czyń, ilekolwiek Frakcyi do iednego Mianownika redukować ci przydzie, to iest: przez produkt wszystkich Mianownikow, (oproc Mianownika Frakcyi, którą aktu redukuje) mnoż osobno Licznika, y Mianownika, wszystkich z osobna danych Frakcyi.

Przełtroga I. Gdy Mianownik iedney z dwu Frakcyi danych, spełna dzieli Mianownika Frakcyi drugiey, w ten czas przez Wieloraz z tey Dywizyi wynikający, rozmnoż Licznika, y Mianownika tey Frakcyi, ktorey Denominator, Denominatora Frakcyi drugiey zupełnie podzielił, a Frakcye będą mieć obydwie iednego Mianownika, Niechay naprzykład będą dane dwie następujące Frakcye $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$. Ponieważ 3 Denominator pierwszey Frakcyi, mieści się zupełnie pięć razy w 15, to iest Denominatorze Frakcyi drugiey; zaczym przez ten Wieloraz 5, zmnożywszy Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszey, 5 $\times \frac{2}{3}$ masz $\frac{10}{3}$, która Frakcyja tegoż samego Mianownika ma, co y druga $\frac{1}{5}$.

Przykład pierwszy. | Przykład drugi.

$$\begin{array}{c} \frac{2}{3}, \frac{7}{15} \\ \frac{10}{15}, \frac{7}{15} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6}, \frac{1}{6} \end{array}$$

Przełtroga II Z tey Propozycyi uczemy się poznawać, która z zadanych liczb łamanych iest większa? bo zredukowawszy ie do iednego Mianownika, ta większa iest, ktorey Licznik iest większy.

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować, nieodmieniając ceny iey bynaymniey.

Niechay będzie dana Frakcyja $\frac{2}{3}$, którą potrzeba redukować na Frakcyję mającą Denominatora 60.

Przez Licznika 2, rozmnoż danego Denominatora 60, 2 X 60, a produkt 120, podziel przez 3 Denominatora danej Frakcyi, 3 | 120 | 40. Wieloraz ztąd wypadający 40, będzie nowym Licznikiem zadanego Mianownika 60, y wynidzie Frakcyja $\frac{40}{60}$ danej Frakcyi $\frac{2}{3}$ we wszytkim równa, przez *Axyoma II.* Bo 3, 2 :: 60, 40.

Jeżeli zaś danej Frakcyi Denominator, nie spełna dzieli produkt z Denominatora nowego, y z Numeratora danej Frakcyi wypływający, iako na przykład w następującej liczbie łamanej $\frac{2}{3}$, którą chcę do Denominatora 8 redukować, gdyż 8 X 2 = 16, a 16 podzielone przez 3, czynią 5, y zostaje się 1; w ten czas za Numeratora, danemu Denominatorowi, napisawszy Wieloraz 5, to jest $\frac{5}{8}$, resztę zostającą się, iakie jest w tym razie 1, napisz za ułamek liczby łamanej $\frac{1}{8}$ z pierwszym Denominatorem 3, następującym sposobem $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$, y to przez znak Addycyi + przyłącz do wynalezioney Frakcyi, tak: $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} | \frac{1}{8}$. Co się tak wymawia: dwa ze trzech zredukowane do Denominatora ośmiu czynią pięć z ośmiu, y jeden ze trzech, iednego z ośmiu $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} + \frac{1}{8} | \frac{1}{8}$.

Zc zaś $\frac{2}{3}$ rownie $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ dowieść tego do-
wodnie można przez Axyoma II. Bo przez Propo-
zycyę VII, tego Rozdziału ten ułamek liczby łama-
ney $\frac{1}{3} + \frac{1}{8}$, do iedney zredukowawszy Frakcyi czyni
 $\frac{1}{24}$. A zatyń $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} + \frac{1}{24}$, a przez Axyoma III, y
przez Przestrożę I. Propozycyi III. $\frac{2}{3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{2}$, to
ieść przez Prop. VIII, tego Rozd. $\frac{2}{3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{2}$. Nako-
niec przez Prop. II, zredukowawszy Frakcyę $\frac{1}{24}$ na
najmnieysze terminy $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Przeltroga. Z tej Propozycyi uczemy się do-
chodzić ceny liczb łamanych, przez zredukowa-
nie ich na części nam wiadome. Tak chcąc wie-
dzieć, ile czynią $\frac{2}{3}$, trzy z ośmiu części dnia iedne-
go? redukuje tę Frakcyę do Denominatora 24, ile
godzin zamyka w sobie dzień naturalny. A zmul-
typlikowawszy danego Denominatora 24, przez 3
Numeratora danej Frakcyi, y produkt ztąd wyni-
kający 72, podzielwszy przez 8, Denominatora
teyże Frakcyi, mam inną nową Frakcyę $\frac{9}{24}$, pier-
wszey ze wszystkich rowną, przez Axyoma II, lecz
z ktorey, części owe dnia poznać, y wyrazić mogę
doskonale. Bo ieżeli $\frac{2}{3} = \frac{9}{24}$, toć trzy z ośmiu czę-
ści dnia iednego znaczy godzin dziewięć.

PROPOZYCYA V.

Liczbę Łamaną na Liczby Całkowite re-
dukować.

Gdy Licznik nad Mianownika swojego większy
ieść, Frakcyja taka (iako się wyżej rzekło) ieść
niewłaściwa, a przeto kiedy tego potrzeba będzie,
bardzo łatwo zamienimy, y zredukujemy ją na li-
czbę

czbę Całkowitą, podzieliwszy Licznika iey, przez Mianownika. *Naprzykład* następuiącey Frakeyi $\frac{12}{3}$, podzieliwszy Licznika 12, przez Mianownika 3, wypada na liczbę całkowitą Wieloraz 4. Tak mając $\frac{6}{3}$, Złotego, mam Zi. 2. Bo $\frac{6}{3} = 2$.

Gdy zaś mianownik niepełna dzieli Licznika, reszta pozostała, od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za Frakcyą z tymże samym Mianownikiem. Tak mając $\frac{10}{3}$ Złotego mam Złotych 3, y jedną ze trzech części czwartego Złotego, to jest groszy 10. Bo $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

Przeltroga. Z tey Propozycyi uczemy się redukować, Monety, Wagi, y Miar, y mnie ze na większe: tak $3\frac{20}{30}$ Groszy = Złotych 11, tak $1\frac{28}{24}$ Godzin = Dni 7.

PROPOZYCYA VI.

Liczbę Całkowitą na Liczbę Łamaną do jakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Daymy *naprzykład* 3 aby ie redukować na liczbę łamaną, ktorey Denominatorem ma być 7. Rozmnoż daną liczbę całkowitą 3 przez danego Denominatora 7, a produkt 21 napisz za Licznika temuż Denominatorowi, masz Frakcyą $\frac{21}{7}$ równą we wszystkim dancy liczbie całkowitey 3, albowiem 21 podzieliwszy przez 7, wroci się nazad 3. Tak chcąc 3 Złote zredukować do Denominatora 30, multiplikuję 30 X 3, y mam Frakcyą $\frac{90}{30}$ to iest groszy 90 = Złotych 3.

Przeltroga. I. Tóż samo czyn, redukując liczbę całkowitą, y przylączając do Frakeyi danej.

ney. *Naprzykład redukując, y przyłączając 2 do $\frac{2}{3}$. Rozmnożysz; albowiem 2 przez 3 Denominator danej Frakcyi, produkt 6, złącz przez Addcyą z 2, Licznikiem danej Frakcyi, y masz 8, które napisz za Licznika temuż samemu Denominatorowi 3, będzieś miał nową Frakcyą $\frac{8}{3}$ $= 2 + \frac{2}{3}$.*

Prześtroga II. Liczbie całkowitey podłożymy za Mianownika 1, staie się niby Frakcyą quasi Fractio, tak $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{8}{1} = 8$. Proszę to dobrze pamiętać do następujących Propozycji, gdzie o Multyplikacyi, y Dywizyi liczb łamanych mówić będziemy.

Prześtroga III. Z tey Propozycyi, uczemy się redukować Monety, Wagi y Miary większe na mniejsze, zmultiplykować je, przez Monety, Wagi, y Miary mniejsze, które w sobie zamykają. Tak Talerów bitych 15, zmultiplykować, przez 8 mam Złotych 120. Cetnarów 5, zmultiplykować, przez 160, mam funtów 800. Gradusów 7 zmultiplykować, przez 15, mam mil Niemieckich 105.

PROPOZYCYA VII.

Ułamki Liczby Łamaney na iedną prosta Frakcyą zredukować.

Chcąc ułamek liczby łamaney, do iedneyże Frakcyi, z Frakcyą ktorey iest ułamkiem zredukować, naprzykład z tych dwóch Frakcyi $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$, z których pierwsza iest ułamkiem drugiej, chcąc iedną Frakcyą zrobić; multiplykuy osobno między sobą Licznikow 1 X 2, y osobno Mianownikow 2 X 3, produkta

dukta z nich wypadające 2, y 6, będą nowym Licznikiem, y Mianownikiem, to jest produkt z Liczników $1 \times 2 = 2$, będzie nowym Licznikiem, produkt z Mianownikow $2 \times 3 = 6$, będzie nowym Mianownikiem Frakcyi $\frac{2}{6}$ rowney we wszystkim dancy Frakcyi zicy ułamkiem $\frac{1}{3} \mid \frac{2}{3}$.

Obiaśniam to następującym przykładem. Mając *naprzykład* $\frac{1}{2} \mid \frac{2}{3}$ iednego Złotego, to jest przez *Punkt* IV, grószy 10, toż samo jest, iak gdybym miał $\frac{2}{3}$ tegoż samego Złotego. Bo Frakcyą $\frac{2}{3}$, przez największą powszechną miarę 2, do najmniejszych terminow zredukowana przez *Prop.* II, czyni $\frac{1}{3}$ iednego Złotego, to jest też same gr. 10, a zaty m $\frac{1}{2} \mid \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Toż samo czyn, kiedy ci więcej ułamkow iedney Frakcyi przyidzie na iedną Frakcyą zbliić, *naprzykład* w następujących ułamkach liczby łamane $\frac{3}{4} \mid \frac{2}{3} \mid \frac{1}{5}$, zmultiplikowawszy wszystkie między sobą Numeratory $3 \times 2 \times 3 = 18$, y wszystkie Denominatory $4 \times 3 \times 5 = 60$, masz z tych wszystkich iedną Frakcyą $\frac{18}{60}$ danym ułamkom Frakcyi, we wszystkim równą.

PROPOZYCYA VIII.

Liczy Łamane dodawać.

Jeżeli liczby łamane do znieśienia dane, mają iednakożego Mianownika, doday razem wszystkie Liczniki, a napisawszy ie nad tymże samym Mianownikiem, Addycyą zakończysz. Chcąc *naprzykład* dodać $\frac{1}{30} \mid \frac{2}{30} \mid \frac{1}{30} \mid \frac{1}{30}$ iednego Złotego, znosząc same Liczniki $1 \mid 2 \mid 1 \mid 1$, y Summę z nich zebra-

zebrana 42 kładę za nowego Licznika danemu Mianownikowi 30, y mam Frakcyę $\frac{42}{30} = 1 \frac{12}{30}$, to jest: $\frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{3}{30} + \frac{4}{30} = \frac{42}{30} = 1 \frac{12}{30}$, to jest groszy 1, a 20, a 5, a 16, czynią groszy 42 = Zł. 1, y gr. 12.

Jeżeli zaś liczby łamane dane do zmniejszenia, różnych Mianowników mają, te zredukowawszy, naprzód do jednego Mianownika, przez *Propozycyę* III, zbierz potym, sposobem wzwyż wyrażonym.

Jeżeli nakoniec, liczby Całkowite z łamanemi przyjdzie razem dodawać, tedy znieś ośobno liczby Całkowite. xoz liczby łamane, tak dodając Złotych $3 \frac{2}{3}$, y Złotych $9 \frac{1}{3} = 12 \frac{3}{3} = 13$.

PROPOZYCYA IX.

Liczy Łamane odcigać.

Kiedy Frakcyę dane mają jednego Denominatora, odcignij Licznika mniejszego, od większego, a pod resztą, położywszy Denominatora onychże, Subtrakcyę zakończysz. *Naprzekład* $\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$. Tak od $\frac{28}{3}$ jednego Złotego, to jest, od groszy 20, odcignawszy $\frac{15}{3}$, to jest groszy 15, zostaje mi się $\frac{13}{3}$, to jest groszy 5, albowiem $\frac{28}{3} - \frac{15}{3} = \frac{13}{3}$.

Kiedy Frakcyę dane do odcignienia, odmiennych Denominatorow mają, redukuy je wprzód do jednego Denominatora, toż sposobem wzwyż wyrażonym mniejszą od większey odcignij.

Kiedy nakoniec, dana będzie frakcyę do odcignienia icy od liczby całkowitey, redukuy wprzód liczbę całkowitą na Frakcyę, ktoraby z daną Frakcyę jednego Denominatora miała, przez *Prop. III*, a potym czyn, iako się wyżej powiedziało. Chcąc naprzy-

F

przy-

przykład odciągnąć $\frac{2}{3}$ od 4, zmnożywszy 4 przez 3 Denominatora danej Frakcyi, mam Frakcyę z tymże samym Denominatorem $\frac{12}{3}$, od ktorey odciągnąwszy $\frac{2}{3}$ zostaje mi się $\frac{10}{3}$, to jest: $\frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$, przez Prop. V. Podobnymże sposobem chcąc odciągnąć $2 \frac{1}{4}$ od $5 \frac{1}{2}$, to jest: $\frac{5}{2}$ od $\frac{11}{2}$, redukuy te dwie Frakcye do jednego Denominatora, przez Propozycyę III, a będzieś miał $\frac{9}{4}$ y $\frac{22}{4}$, a zatem $\frac{22}{4} - \frac{9}{4} = \frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$ przez Propozycyę V.

Kiedy na koniec dana do odciągnięcia frakcyą, mnieysza jest od Frakcyi przyległej liczbie całkowitey, od ktorey się ma odciągać, albowi też gdy frakcyą od liczby całkowitey odciągać przyjdzie, w ten czas wprzód jedno z liczby całkowitey większey wzięte, reduknie się do frakcyi sobie przyległej, tak: gdy $3 \frac{1}{2}$ odciągnąć przychodzi od $6 \frac{1}{2}$ uymię wprzód z liczby większey jedno, y reduknię go do frakcyi przyległej y mam $5 \frac{1}{2}$ toż dopiero frakcye do jednego Mianownika zredukowawszy $\frac{8}{2}$ y $\frac{1}{2}$ a pierwszą od drugiej odciągnąwszy zostaje się $\frac{7}{2}$. Potym liczbę całkowitą 3 odciągnąwszy od 5 zostanę 2 a tak cała przewyżka (Differencia) ktorey szukasz między danemi liczbami wyniesie $2 \frac{7}{2}$. Podobnież ażeby od 4 odciągnąć $\frac{2}{3}$, x 4 zrob $3 \frac{1}{3}$ od ktorych odciągnąwszy $\frac{2}{3}$ masz resztę $3 \frac{1}{3}$.

Przełtroga. Pomnieć mocno prześ, że do zabrania, y odzignienia liczb łamanych potrzeba zawsze, aby te jednego Denominatora miały.

PROPOZYCYA X.

Uczb. Łamanie multiplikować.

Jeżeli multiplikować przyjdzie Frakcyę przez Frakcyę, zmultiplikowawszy osobno Licznikow, y osobno Mianownikow między sobą, Multiplikacyą zakonczyysz. Tak multiplikując $\frac{2}{3}$ przez $\frac{2}{5}$ rozmnożywszy osobno między sobą, y Numeratory $2 \times 2 = 4$, y Denominatory $3 \times 5 = 15$, wynika ci produkt $\frac{4}{15}$, tak $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

Jeżeli zaś mnożyć potrzeba będzie liczbę całkowitą przez frakcyę, lub frakcyę przez liczbę całkowitą, w ten czas liczbie całkowitey podłoż za Denominatora 1, przez Propozycyą VI. Toż czyni sposobem poprzedzającym, multiplikując *naprzykład* $\frac{2}{3}$ przez 7, naprzód pod 7 liczbą całkowitą, podłoż za Denominatora 1, bądźciż miał zatym $\frac{2}{3} \times 7 = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$.

Jeżeli nakoniec iedna z liczb łamanych do rozmnożenia danych, będzie miała przyłączoną liczbę całkowitą, tedy redukuy wprzód liczbę całkowitą do Denominatora, frakcyi przyległej, przez Prop. VI. Tak gdy chcę multiplikować $2 \frac{1}{3}$ przez 6, redukuję naprzód 2 do Denominatora frakcyi przyległej $\frac{1}{3}$, stane się $\frac{14}{3}$; a pod 6 położymy za Denominatora 1, mam $\frac{14}{3} \times 6 = \frac{84}{3} = 28$. Toż czyni, kiedy obydwom frakcyom do mnożenia danym przyległe będą liczby całkowite.

Pokażmy to w Przykładzie. Kupuję Sukna $15 \frac{1}{2}$ łokci piętnaście, y ćwierci trzy, łokcie po 7 $\frac{1}{2}$ po Ziorych siedm y groszy 20, pytam, wiele powinienem zapłacić? F2 Re-

Redukuję naprzód liczby całkowite do przyległych im Frakcyi, to jest $15 \frac{1}{2} = \frac{31}{2}$, $7 \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$. Toż zmnożywszy między sobą te Frakcyje $\frac{31}{2} \times \frac{14}{3} = \frac{434}{6} = 120 \frac{2}{3}$ to jest: za 15 łokci Sukna, y ćwierci 3, płacąc łokieć po 7 Zł. y po gro. 20, dam Zł. 120, y trzy ze czterech części iednego Złotego, to jest groszy blisko 23.

Demonstracya, czyli dowodne okazanie Reguł podanych na Multyplikacyą liczb łamanych.

Multyplikować Frakcyą A, przez Frakcyą B, nie innego nie jest, tylko wynaleść za Produkt Frakcyą C, ktoraby się tyle razy mieściła w Frakcyi mnożney B, ile razy Frakcyja A, za Multyplikatora dana mieści się w iednym, *in unitate*. A że w tym razie, iako Frakcyja C, dwa razy mieści się w Frakcyi B, tak Frakcyja A, dwa razy mieści się w iednym, *in unitate*, zaczym Frakcyja C, jest Produkt Frakcyi B, z multiplykowaney przez Frakcyą A.

A. B. C.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$$

Ztąd każdy, przyczyny doysć może dla czego z multiplykacyi liczb łamanych A, y B, Produkt C, wynikający, mniejszy jest, od Frakcyi, ktore między sobą mnożę, bo że iedno i tak się ma do Frakcyi A, iak się ma Frakcyja B, do Frakcyi C, przez Prop. V. Rozdziału I, o Multyplikacyi, a iedno i większe jest nad Frakcyą A, tedy y Frakcyja B, większa bydź powinna nad Frakcyą C; a zatym, y Produkt przez Frakcyą C, wyrażony powinien bydź mniejszy.

Prze-

piek
jest
dne
mnie
Tak
kcy
Prod
Frak
wamy
10 =

tą z
nia
przyl
czas
tą do
nomn
mnoż
plikuj
dany
dukui
mam
czbę
zplik
zupet
Dośm
liczby
kowit
32000

Przeestroga I. *Mułyplikacya liczb łamanych pięknie takżę odprawuie się przez Dywizyę, to iest dzieląc na Krzyż Mianownika Frakcyi ie-dney przez Licznika Frakcyi drugiey, y wzaiemnie (byle tylko bez reszty dzielić się mogły.)* Tak chcąc mułyplikować następuiące dwie Fra-kcye $\frac{2}{3} \times \frac{2}{10}$, podziel 9 przez 3, a 10, przez 2, maś Produkt danych Frakcyi $\frac{2}{3}$. *Wszakże te dwie Frakcye, podanym wmyż sposobem zmultypliko-wańszy, tenżę sam Produkt wypadnie.* Bo $\frac{2}{3} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ przez Prop. II.

Przeestroga II. *Jeżeli przez liczbę całkowi-tą z przyległą Frakcyą, będzie dana do mnożę-nia liczba całkowita taka, którą Mianownik przyległej Frakcyi spełna podzielić może, w ten czas biegli Rachmistrze naprzod liczbę całkowi-tą do przyległej Frakcyi redukuia, a przez Mia-nownika, podzielimy liczbę całkowitą daną do mnożenia, przez wypadniący Wieloraz, muły-plikuia całego Numeratora, y maia produkt liczb danych. Tak $38 \frac{1}{3}$ mułyplikuiąc przez 18, re-dukuie naprzod 38 do przyległej Frakcyi $\frac{2}{3}$, y mam $11 \frac{2}{3}$ a przez Mianownika 3 podzielimy li-czbę daną 18, mam Wieloraz 6 przez który zmul-typlikowańszy Numeratora 116, mam produkt zupełny liczb danych 696; $38 \frac{1}{3} \times 18 = 696$. Doświadczyśz tego, mułyplikuiąc też same dane liczby ordynarynym sposobem.*

Przeestroga III. *Jeżeli zaś przez liczbę cał-kowitą przyidzie mułyplikować Frakcyą np. $32000 \times \frac{2}{3}$, tedy podzielimy naprzod 32000*

F 3'

przez

przez 5. Wieloraz 6400 *multyplikuy* potym przez 6.

PROPOZYCYA XI.

Liczy Łamane dzielić.

Gdy terminy Frakcyi za Dzielnika danej, spełnia dzielą terminy Frakcyi podzielney, w ten czas nowy Licznik, y Mianownik, które z tej Dywizyi wynikną, będą Wielorazem danej Frakcyi. Tak dzieląc $\frac{1}{2}$ przez $\frac{2}{4}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3 maż Frakcyę nową $\frac{2}{3}$, która jest Wielorazem danych Frakcyi. Podobnie, gdy Mianownik u obojey Frakcyi będzie jednakowy podzieli Licznika, przez Licznika, a Mianownika zmażawszy, maż Wieloraz potrzebny. Tak dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwszy 6 przez 2, wypadnie ci Wieloraz 3.

Gdy zaś terminy Frakcyi za Dzielnika wziętey, nie dzielą spełnia terminow Frakcyi podzielney, w ten czas Frakcyę, która jest Dzielnikiem obroc wśpak, to jest kładąc Numeratora na miejscu Denominatora, a Denominatora na miejscu Numeratora, potym, y Numeratory, y Denominatory tak położone z *multyplikowaw*szy osobno między sobą, Produkt ztąd wypadający będzie Wielorazem Frakcyi danej. Tak chcąc podzielić $\frac{1}{2}$ przez $\frac{1}{3}$, obracam wśpak Frakcyę za Dzielnika daną, y mam $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$ które z *multyplikowaw*szy, mam Wieloraz $\frac{4}{3}$, to jest: $\frac{2}{3}$ podzielone przez $\frac{1}{2}$ jest $= \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$.

Pamiętaj, dla której w tym razie Frakcyę za Dzielnik daną wśpak tę obraca, jest ta, iż dane Frakcyę potrzeba było wprzód do jednego Mianownika re-

ka re-
drug
dziei
obro

Całko
nator
Tym
plikow
 $\frac{1}{2}$ dzi
przez
trzebi
liczbi
cić.

dwie
wityc
wite
piero
nych
wawf
 $\frac{1}{2}$ X
bnie
 $\frac{4}{3}$ X

keyn
powin
nik B
zyi w
razie
dziela

ka redukować, a dopiero Licznika iednego przez drugiego podzielić. Co wszystko przez skrocenie dzieie się, kiedy Frakcyą za Dzielnika daną wśpak obrociemy.

Ile razy przyidzie dzielić Frakcyą przez liczbę Całkowitą, dołyć będzie z moltiplikować Denominatora daney Frakcyi, przez daną liczbę Całkowitą. Tym sposobem chcąc podzielić $\frac{1}{2}$ przez 2, z moltiplikowawszy 5×2 , mam Wieloraz $\frac{1}{10}$. Podobnie $\frac{1}{3}$ dzieląc przez 5 wypadnie $= \frac{1}{15}$. Dzieie się to przez skrocenie Operacyi. Gdyż w tym razie potrzeba było naprzod podłożyć 1 za Denominatora liczby Całkowitey, toż Frakcyą owę wśpak obrocić.

Kiedy Dzielnik, lub liczba podzielna, lub obydwie razem, składają się z liczb samanych, y całkowitych, w ten czas potrzeba wprzod, liczby całkowite do przyłączonych Frakcyi redukować, a dopiero czynić Dywizyą według nauk wzwyż podanych. Tak mając dzielić $24 \frac{1}{2}$ przez $\frac{2}{3}$, zredukowawszy liczby całkowite do przyległcy Frakcyi, mam $12 \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = 18 \frac{3}{2} = 36 \frac{3}{2}$ przez Prop. VI. Podobnie chcąc podzielić $15 \frac{1}{3}$ przez $12 \frac{1}{2}$ mam $\frac{45}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{90}{3} = 30$ i $= 10 \frac{1}{3}$.

Demonstracya. Podzielić Frakcyą A, przez Frakcyą B, jest wynaleść Wieloraz C, do ktorego 1 tę powinno mieć proporcycą, iaką ma proporcycą Dzielnik B, do liczby podzielney A, podług Reguły Dywizyi w Propozycyi VI. Rozdziale I. Lecz że w tym razie, 1 tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Frakcyą dzielącą B, do Frakcyi podzielney A, iedno albo

wiem tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Denominator teyże Frakcyi 2, do swego Numeratora przez *Axyoma III.* A Frakcyja B. do Frakcyi A, tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż zredukowawszy te dwie Frakcyje A y B do iednego Denominatora, przez *Prop. III.* masz Frakcyje M, y N, Frakcyjom A, y B, ze wszystkim rowne, te zaś dla iednakowego Denominatora, tę mają do siebie proporcję, iak 3 do 4, a zatem i tak się ma do Frakcyi C, iak się ma B, do A, przeto Frakcyja C, iest Wieloraz Frakcyi A y B, do podzielenia danych.

B. A. C.

$$\frac{1}{2} \text{ od } \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

M. N.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3}$$

$$1. \frac{4}{3} :: 3. 4.$$

Z poprzedzającej Demonstracyi doydzieisz łatwo przyczyny, dla ktorey przy Dywizyi liczb łamanych, Wieloraz wypada większy, nad liczbę do podzielenia daną, co się w ten czas przytrafia, kiedy Frakcyja dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ Dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do Wieloraza; zamieniwszy tę Proporcję, Dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do Wieloraza. A że Dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zatem, y liczba podzielna, od Wieloraza mnieysza bydz powinna:

Przełtroga. Gdy przez liczbę całkowitą, przydzie dzielić daną liczbę całkowitą z przyłączoną Frakcyą naprzykład 634 $\frac{2}{3}$ przez 5, biegli Rachmistrze dzielą naprzod liczbę całkowitą

wit
prz
zna
tey
do p
Fra
kie
raz
prz
do p

ścian
ludź
kow
łam
nia,
na k

360
w sz
z ry
każ
1 gr
 $\frac{2}{3}$
1, m
tym
częś
raza
obw
777
360

witą przez liczbę całkowitą, bez względu na przyległą Frakcyą, to jest 634 przez 5, ażeby znaleźli Wieloraz 126. Resztę jeżeli jaka od tej Dywizyi pozostała, jakie tu są 4, redukuje do przyległej Frakcyi $\frac{4}{5}$, y mają $4X\frac{4}{5} = 1\frac{4}{5}$. Tę Frakcyą dzielią przez 5 sposobem w trzecim punkcie tej Propozycyi wyrażonym y mają Wieloraz $\frac{4}{5}$, który do Wielorazu liczb całkowitych przez znak Addycyi + przydamszy, mają liczby do podzielenia danej, cały Wieloraz ten $126 + 1\frac{4}{5}$.

Ponieważ zaś w różnych Matematyki częściach, a ogółem w handlach zachodzących między ludźmi, różne gatunki miar bywają zażywane; Takowych więc miar różne części, tyleż różnych liczby łamaney gatunkow rodzą. Dla których ustatwienia, kładą się tu rozmaite miary z swemi częściami, na które powłzechnym wzięciem są podzielone.

I. Obwód koła u Matematyków dzieli się na 360 równych części to jest gradusów. Każdy zaś w szczególności gradus na 60 minut pierwizych a z tych każda, ma 60 drugich; z których znowu każda z osobna 60 minut trzecich y tak daley. Zkąd 1 gradus jest $\frac{1}{360}$. 10 gradusów $\frac{10}{360}$. 20 gradusów $\frac{20}{360}$, części obwodu kołowego. Tudzież minuta 1, minut 15, są $\frac{1}{60}$ $\frac{15}{60}$, części jednego gradusu. Potym 1 minuta druga, 10 minut drugich, są $\frac{1}{3600}$ $\frac{10}{3600}$ części, minuty pierwizey. Dla krotkości tak się wyrazią 1° , 10° , 20° , $1'$, $15'$, $1''$, $10''$, a tak obwód koła zamyka w sobie 360° 1296000'' 7770000''': Każdy zaś gradus ma w sobie $60'$. $3600''$ 216000''' &c.

II. Czas dzieli się na dni, dzień każdy na 24 części równych, czyli godzin. Godzina na 60 minut pierwszych, Minuta każda na 60 minut drugich &c. Więc następujący np. przeciąg czasu: godzin 10. Minut pierwszych 17 drugich 44: równy jest $\frac{10}{24}$ Dnia $\frac{17}{60}$ części godziny $\frac{44}{60}$ części minuty pierwszej. Co wszystko więc tym u Matematyków zwyczajem tak pośpolicie wyraża się 10 godzin 17' 44" Dzień więc każdy zamyka w sobie godzin 24, 1440' 86400", 5184000" Godzina zaś ma w sobie 60', 3600", 216000", a jedna minuta pierwsza 3600".

III. Odległość na ziemi mierza się sążniami (*Hexapedis*) Sążen zamyka w sobie 6 stop, stopa 12 calow; Cal 12 linii, Linia 12 punktow więc miejśca odległość na sążni 1 stop 2 calow 4 Linii 6 y punktow 3, wyrazić się może pisząc sposobem następującym: 4 sążnie $\frac{1}{2}$ sążnia $\frac{1}{12}$ stopy $\frac{1}{12}$ cala $\frac{1}{12}$ Linii. Sążen ma w sobie calow 72 Linii 864 punktow 10368. Stopa ma Linii 144 punktow 1728. Cal ma punktow 144.

IV. Do mierzenia zboż y innych sypalnych rzeczy pośpolicie zażywamy Korca, który jest 28 częścią Łasztu. Łaszt tedy ma w sobie Korcy 28 Korzec garcy Królewskich sprawiedliwych 32.

V. Co do Monet, w Kraiu naszym moneta ordynaryjna jest Złoty, ten ma w sobie groszy srebrnych 4, a każdy grosz takowy składa się z groszy miedzianych 7 y $\frac{1}{2}$, grosz zaś miedziany ma w sobie szelągow 3. Na jeden Czerwony Złoty idzie Zł. 16 y groszy srebrnych 3.

VI. Rzeczy na Wagę idące naywięcej miar-
kują się z funta. Funt dzieli się na uncyi 16, un-
cyą każda na Łotow 2. Lot na drachm 4, dra-
chma na skrupułow 3. Skrupuł na granow 24.
Granu k którego waga wychodzi na wagę jednego
ziarna pszenicznego. Kamień Warżawski mieści
w sobie funtow 36, a Krolewiecki y Litewski fun-
tow naszych 40. Cetnar ma funtow 100. Więc
waga od funtow 1: Uncyi 4 Drachm 7 y gran 60
może się wyrazić w sp sob następujący. Funtow
 $5 \frac{1}{2}$ funta $\frac{1}{2}$ Uncyi $\frac{1}{2}$ Drachmy. Funt te-
dy jeden ma w sobie łotow 32 Drachm 128 skru-
pułow 384. Granow 2916, Uncya ma w sobie
granow 576. Lot ma granow 288.

VII. Wzwyż specyfikowane różnych rzeczy
miary y tychże miar części procz wiadomości ich
która wielce jest potrzebna, na to jeszcze zdadzą się:
iż ilości każdej rzeczy terminami mniej znaiome-
mi wyrażoney, doysć będziemy mogli zupełnie,
zredukowawszy też terminy na części pewne, y nam
wiadome przez *Propozycyę IV, tego Rozdziału*. Tak
np. chcąc poznać, ile gradusow czynią $\frac{2}{3}$ części ob-
wodu Kołowego, redukuje tę frakcyą do Denomi-
natora 360 y znayduie $\frac{2}{3} \cdot 360$. Tak $\frac{2}{3}$ części dnia
zredukowane do Denominatora 24, czynią godzin
 $5 \frac{1}{2}$. Tak $\frac{1}{2}$ części godziny zredukowawszy do
Denominatora 72 czyni Calow 10 $\frac{1}{2}$ Linii 3, pun-
ktow 3, &c. Tak $\frac{1}{2}$ korca zredukowawszy do
Denominatora 32, czyni garcy 8. Tak $\frac{2}{3}$ części
funta zredukowawszy do Denominatora 32 czyni
Łotow 8. Tak $\frac{5}{12}$ Złotego zredukowawszy do De-
nominatora 30, czynią groszy 6, &c. ROZ.

ROZDZIAŁ III.

O Liczbach Łamanych Dziesiętko- wych. (De Fractionibus Dec- imalibus.)

*Definicje, czyli Opisanie
gruntowne.*

DEFINICYA I. Liczby łamane dziesiętkowe są te, których Denominatory w Proporcji dziesiętkowej zaczynający się od iednego 1, postępują, to jest: 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. Tak imaginując sobie jaką miarę, *naprzykład* stopę, łokcieć, funt, albo linię prostą, na dziesięć części równych podzieloną, gdy znowu każdą z tych pierwszych części na dziesięć innych części, a każdą z drugich, znowu na dziesięć innych nowych części podzieloną weźmiemy, y tak dalej, ile się komu podoba, z podziału tego wynikają Frakcyje dziesiętkowe, setne, tysięczne, sto tysięczne, &c. które inaczej zowią się części pierwsze, części drugie, trzecie, czwarte. *Prime, secunda, tertia, quarta, &c.* Dla rozeznania ich kładą się nad niemi znaki liczbą Kościelną I, II, III, IV, V, a nad liczbami Całkowitemi kładą się Cyfry 0. Tak następująca Frakcyja dziesiętkowa

0 I II III IV

5 8 6 4 2

znaczy pięć rzeczy takich Całkowitych, *np.* pięć stop, y ośm pierwszych, sześć drugich, cztery trzecich, dwie czwartych części, szóstey stopy. Lubo

dofyć

dosyć jest nad ostatnią figurą znak położyć, a liczby całkowite punktem przy początku odstrychnąć, tak

IV

napr. 5, 8 6 4 2, która Frakcyja toż samo znaczy, iak gdybym napisał:

$$5 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{58642}{10000}$$

Szczegulnie tedy dla wygody, y dla skrócenia trudności zachodzącey w rachunkach, dziesiątkowe te Frakcyje piszą się nakształt liczb Całkowitych, bez Denominatora sposobem wzwyż opisanym to jest:

IV

5. 8 6 4 2.

Przeztroga I. *Kreski tedy owe, czyli znaki dziesiątkowe, które się liczbą Kościelną nad numerami kładą, zastępują miejsce Denominatorow, tak w następującey Frakcyi*

I II III

5. 8 6 4

kreska I znaczy Denominatora 10, kreski II znaczą Denominatora 100, kreski III znaczą Denominatora 1000 &c. właśnie iak gdyby Frakcyje owe ordynarynie tak napisane były: $\frac{5}{10} \frac{8}{100} \frac{6}{1000}$

Przeztroga II. *A zatym dziesiątkowe Frakcyje bardzo łatwo redukują się do jednego Denominatora, dodawszy na końcu ich tyle Cyfer kreskami dziesiątkowymi oznaczonych, ile potrzeba będzie. Tak gdy Frakcyją dziesiątkową*

I

3, 5 chceś redukować do części drugich, to jest do setnych, lub do części trzecich, to jest do trydziestnych.

ściących, lub do części czwartych, to jest do dzie-
sięć tysięcy. Jedne będziesz miał, przydawsy
na końcu danej Frakcyi, i cyfrę z dwoma kreskami

II

tak: 3. 5 0; Tysiączne będziesz miał, przyda-
wsy na końcu danej Frakcyi dwie cyfry z trze-

III

ma kreskami nad ostatnią, tak: 3. 5 0 0, dziesięć
tysiączne będziesz miał, przydawsy na końcu da-
nej Frakcyi trzy cyfry z czterema kreskami nad

IV

ostatnią, tak: 3. 5 0 0 0. Bo w takowym razie
cena danych Frakcyi, bynajmniej się nie odmie-

I

II I

III

nia, gdyż $5 = 50$, $5 = 500$, y tak daley.

Przełtoga III. Jeżeli liczbie Całkowitey ile-
kolwiek cyfer z znakami dziesiętkowemi dodaś,
mniejszość iey walor bynajmniej się nie odmieni,

III

III

tak gdy do 3 dodaś $000 = 3.000$ walor trzech
bynajmniej się nie odmienia, zaśże albowiem te
3 znaczą trzy rzeczy iakie całkowite np. Złote.

III

Bo $3.000 = \frac{3000}{1000} = 3$.

Przełtoga IV. Przed Frakcyami dziesięt-
kowemi, w których niemaś liczby całkowitey,
kładzie się na początku cyfra 0, tak Frakcyja na-

I

stępniąca $\frac{8}{10}$ pisze się 0, 8. Frakcyja $\frac{24}{100}$ pisze się

II

II

0, 24 Frakcyja $\frac{725}{1000}$ pisze się 0, 725, czym wa-
loru swego bynajmniej nie odmieniaią.

DEFI-

DEFINICYA II. W Frakeyach dziesiątkowych, liczby zowią się tegoż samego gatunku, czyli tegoż samego stopnia, których też same są Denominatory, czyli też same kreski. Tak w następujących dwóch dziesiątkowych Frakeyach, pierwsze

I II III IV

I II III

0. 5 6. 7 9, drugiey 0. 0 4 5 Frakeye 6 y 4, tudzież 7 y 5, zowią się jednego stopnia, gdyż nad obiema, jednakowe kreski, czyli tenże sam jest Denominator, tak właśnie, jak gdyby pierwsze Frakeye były $\frac{5}{100}$ y $\frac{4}{100}$, a drugie $\frac{7}{100}$ y $\frac{5}{100}$.

DEFINICYA III. Progressya dziesiątkowa przerwana, *Progressio decimalis interrupta*, zowie się ta, w ktorey znajdują się naprzykład części tyśiączne, ale części setnych, lub dziesiątkowych żadnych

I IV

nie mają, jako naprzykład 4. 2 5, gdzie części setnych, y tyśiącznych nie mają. Miewać atoli, na których te setne, y tyśiączne części zasydować się

I III III IV

powinny, spełniać się cyframi tak: 4. 2 0 0 5,

II V

V

podobnie 3. 5 7 = 3. 05007. Tudzież

III

III IV

= 0. 005 a 3 $\frac{4}{1000}$ = 3. 004 5, zawsze bowiem tych Frakeyi, tenże sam jest walor, jako to już w Przest. II y III powiedziano się.



Przykładzie dane do jednego Denominatora zredukujemy przez Prop. II, będziemy mieć przez Prz. I, Frakcyą pierwszą taką $\frac{3245}{1000}$, a Frakcyą drugą taką $\frac{7820}{1000}$, które dodawszy razem będzie $\frac{3245 + 7820}{1000}$

$$= \frac{11065}{1000} = 10. 635 \text{ przez Defn. I.}$$

Przykłady Subtrakcyi

Przykład pierwszy.

$$\begin{array}{r} \text{Liczba większa} \quad 4. 5722 \\ \text{Liczba mniejsza} \quad 1. 29 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Reszta} \quad 3. 282$$

Przykład drugi.

$$\begin{array}{r} \text{Liczba większa} \quad 7. 42 = 7. 402 \\ \text{Liczba mniejsza} \quad 3. 5 = 3. 035 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Reszta} \quad 7. 367$$

Fundament tej operacyi tenże sam jest, co Addycyi. Bo jeżeli w Przykładzie pierwszym, obydwie Frakcyje do jednego Denominatora zredukuję przez Przest. II, będzie przez Przest. I, Frakcyą większą $= \frac{4572}{1000}$, a Frakcyą drugą $= \frac{1220}{1000}$, a zatem Frakcyą mniejszą od Frakcyi wię-

kszej, będzie $\frac{4572}{1000} - \frac{1220}{1000} = \frac{3352}{1000} = 3. 352$, przez Defn. I.

G

Prze-

Przestroga. Chcąc od liczb całkowitych odciągnąć Frakcyę dziesiątkową, przydaj do liczb całkowitych tyle cyfer, ile jest kreszek nad ostatnią figurą, Frakcyi danej do odciągnięcia. Tak mając odciągnąć od 8 liczb całkowitych, trzy se-

*ne, to jest 0. ^{II}03, dodaj do 8 ^{II}dwie cyfry, a bę-
^{II}dziesz miał 8. ^{II}00—0. ^{II}03=7. ^{II}97.*

PROPOZYCYA II.

*Frakcyę dziesiątkową mnożyć. Decima-
 les multiplicare.*

Frakcyę dziesiątkową mnożyć się iak liczby całkowite, o których w *Prop. V, Rozdziale I*, nie mają żadnego względu na kreski nad figurami Frakcyi do mnożenia danych, położone. Lecz ażeby w produkcie można było odłączyć liczby całkowite od części dziesiątkowych, zrey przychyny zbierają się kreski nad liczbami danymi do mnożenia położone, których Summa powinna się kłaść nad ostatnią figurą produktu, a odciągwszy w produkcie tyle figur od prawey ręki, ile jest kreszek nad ostatnią, te które się z lewey ręki po tym odciąciu zostają, będą znaczyły liczby całkowite.

Przy-

Przykład pierwszy.

$$\begin{array}{r}
 \text{II} \\
 4.05 \\
 \text{I} \\
 3.2 \\
 \hline
 810 \\
 \text{III} \\
 1215 \\
 \hline
 \end{array}$$

Produkt I 2.960

Przykład drugi.

$$\begin{array}{r}
 \text{III} \\
 0.745 \\
 \text{II} \\
 42 \\
 \hline
 1490 \\
 \text{V} \\
 2980 \\
 \hline
 \end{array}$$

Produkt 0.31290

Przykład trzeci.

$$\begin{array}{r}
 \text{IV} \\
 0.000356 \\
 \text{IV} \\
 0.0048 \\
 \hline
 2848 \\
 \text{X} \\
 1424 \\
 \hline
 \end{array}$$

Produkt 0.00000017088

Sposob ten na moltiplikacyę Frakcyi dziesiętkowych podany przez się jest oczywisty, w pier-

wszym albowiem Przykładzie $4.05 = \frac{405}{100}$, a $3.2 = \frac{32}{10}$ przez Defiu. I, a przez Prop. X Rozdz. II,

$\frac{405}{100} \times \frac{32}{10} = \frac{12960}{1000} = 12.960$ przez Defiu. I, y Przejst. I.

Z tegoż pierwszego Przykładu rzecz oczywista jest, że tylko trzy figury dziesiętkowe od końca produktu odcina się, dla tego, iż w obydwu Frakcyach do moltiplikowania danych, trzy tylko kre-

G 2 ski

ki dziesiątkowe były. W innych zaś dwóch Przykładach, iż Frakcyje do mnożenia dane więcej mają kresiek, niżeli produktu ich mają, z tej przyczyny dodanie się na lewey stronie produktów, cyfer tyle, ile ich potrzeba do wyrównania liczbie kresiek, nad Frakcyami danemi do mnożenia położonych. Procz tego kładzie się na samym początku cyfra z punktem, na oznaczenie mieysca liczb całkowitych.

Przeestroga I. Jeżeliby zaś w ktorey z liczb do moltiplikowania danych, progressja dziesiątkowa przermiana była, spełnić ją naprzód cyframi potrzeba przez Definicję III. Tak chcąc

moltiplikować $4\ 5\ X\ 3\ 2$ dopełniam naprzód cyframi obydwie dane Frakcyje, $4\ 5, = 4\ 0\ 5,$ a $3\ 2 = 3\ 0\ 2$. Toż zmoltiplikowawszy je między sobą, mam produkt $1\ 2\ 2\ 3\ 10$.

Przeestroga II. Gdy jedna liczba będzie całkowita, druga zaś w Frakcyach dziesiątkowych, tedy w produkcie tyle tylko od końca odcina się figur, ile jest kresiek nad ostatnią figurą iedney owey

Frakcyi. Tak $3\ X\ 4\ 2\ 5 = 1\ 2\ 7\ 5$.

PROPOZYCYA III.

Frakcyje dziesiątkowe dzielić, Decimales dividere.

Przez Frakcyą która jest Dzielnikiem, podziel Frakcyą do dzielenia daną, tak iak się mowiło o dzie-

dzieleniu liczb całkowitych w *Prop. VI Rozdziale I*, na rozeznanie zaś w Wielorazie liczb całkowitych od części dziesiętkowych, liczbę kretek będących w Dzielniku, odejmij od liczby kretek będących w liczbie podzielnej, reszta pokaże ile figur w Wielorazie od prawej ręki, na części dziesiętkowe odciąć potrzeba, ażeby je rozeznąć od liczb całkowitych. Jeżeli zaś w Wielorazie figur położonych mniej jest, tedy na początku dodać się cyfry; iako tego masz wizerunek w Przykładzie trzecim.

Przykład pierwszy.

$$\begin{array}{r} \text{II} \qquad \qquad \qquad \text{III} \\ 3 \mid 0.13563 \mid 4.521 \end{array}$$

Przykład drugi.

$$\begin{array}{r} \text{II} \qquad \qquad \qquad \text{III} \qquad \text{I} \\ 5.24 \mid 18.864 \mid 3.6 \end{array}$$

Przykład trzeci.

$$\begin{array}{r} \text{III} \qquad \qquad \qquad \text{VIII} \qquad \qquad \text{V} \\ 27.589 \mid 0.35400000 \mid 0.01283 \end{array}$$

Operacyi tej w dzieleniu Frakcyi dziesiętkowych fundament jest niezawodny. Bo wziąwszy

na dowód *Przykład pierwszy.* Dzielnik 3 przez

Defin. I = $\frac{1}{1000}$ a liczba do podzielenia dana 0.13563 = $\frac{13563}{100000}$ a zatem podług Reguły na dywizyę Frakcyi w *Rozdziale II* podanych, dzieląc Numeratora 13563, przez Numeratora 3, y Denominatora 100000, przez Denominatora 100, tak iak gdyby były liczby całkowite, masz za Wieloraz $\frac{4521}{1000}$ =

$$4.521$$

4. 5 2 1 przez Defm. I, który Wieloraz tenże sam
w Przykładzie pierwszym wypadł.

Przeztroga. Gdyby w Dzielniku, lub w liczbie
podzielnej progressja przerwana była, tedy speł-
niwszy wprzód wakujące miejsca cyframi, odpraw-
pot, m Dymizyą sposobem wzwyż podanym.

PROPOZYCYA IV.

Liczbę całkowitą lub liczbę łamaną na części
dziesiętkowe redukować.

Daymy naprzód, że masz redukować na części up.
dziesiętkowe, liczbę całkowitą 6 multiplikuy
6X10, a pod produktem 60 napisawszy Denomi-
natora 10, będziesz miał Frakcyą z danym Denomi-

natorem $\frac{60}{10} = 6.0$ przez Defnicyą I. Podobnież
redukując liczbę całkowitą 28 do części setnych,

masz $28 \times 100 = \frac{2800}{100} = 28.00$.

Daymy powtore Frakcyą $\frac{3}{5}$ ażeby ją reduko-
wać na części tysięczne. Przez Licznika 3 multi-
plikuy 1000, a produkt 3000 podziel przez Mia-
nownika 5, Wieloraz 600 będzie Numeratorem
nowey Frakcyi z Denominatorem 1000, $\frac{600}{1000}$ kto-
ra iest daney Frakcyi we wszystkich równa, $\frac{3}{5} =$

$\frac{600}{1000} = 0.600$.

Podobnież czyni, chcąc redukować Frakcyą $\frac{3}{7}$
na części stotyśięczne, to iest do Denominatora
100000,

że sam

liczbie
y speł-
dpraw
n.

części

ęści np.

plikuy
omina-
enomi-

obnież
etnych,

reduko-

multy-

ez Mia-

atorem

oo kto-

a, $\frac{1}{2}$ =

akcyą $\frac{1}{2}$

inatora

ooo,

100000, a będziesz miał Frakcyą $\frac{2}{7} > 0.42857$,

ale (*) < 0.42858 , to jest, że Frakcyą $\frac{2}{7}$ coś wię-
cey czyni, nad tę Frakcyą stotyścienną 0.52857 , ale

mniey od tej Frakcyi stotyścienney 0.42858 , od
ktorey uchyla się przez brak Frakcyi $\frac{1}{100000}$. Ta-
bowiem Frakcyą dziesiątkową wynalezioną jest przez
najbliższe przychylenie się do danej Frakcyi $\frac{2}{7}$, y
w prawdziwych bez braku terminach żadną miarą
wyrażoną bydź nie może, iako uważa wielki Filozof
Wolffiusz.

Przeſtroga. Zażycie tej Propozycyi wielce
potrzebne jest. uż to do podzielenia li zb, w kto-
rych po ostatnim odciąganiu zostaje się cokol-
wiek, uż do wyciągania Scian. Bo woboim tym
razie za pomocą tej Propozycyi, możesz mieć Fra-
kcyą dziesiątkową coraz bardziey a bardziey do
rzetelnych terminow Wieloraza, lub Sciany przy-
chylającą się. Fundament całej tej Operacyi nie-
zamodny masz z Reguły Proporcyi, bo wziąwszy
na przykład z drugiego Przykładu Frakcyą $\frac{2}{3} =$
 $\frac{600}{900}$; $5.3 :: 1000.600$.

PROPOZYCYA V.

Części dziesiątkowe do iakiegokolwiek danego
Denominatora redukować.

Chęć wiedzieć ile funtow Kamienia Warsza-
wskiego zamykają w sobie następujące Frak-

G 4

cye

(*) Znaki $>$ y $<$ pierwszy $>$ bierze się u Matematy kow
za znak wielkości, a drugi $<$ za znak mniejszości.

III

cye dziesiątkowe 750? Ponieważ kamień jeden Warszawski dzieli się na funtów 32. idzie zatem, że dane Frakcyje dziesiątkowe potrzeba redukować do Denominatora 32, a że przez *Definięą* I, części

III

dziesiątkowe 750 równe są następujący Frakcyi $\frac{750}{1000}$ z tej przyczyny multiplikuję Numeratora 750 przez danego świeżo Denominatora 32, to jest 750×32 , a produkt 24000 podzieliwszy przez 1000 Denominatora dziesiątkowego, mam

III

$\frac{24}{32}$, a zatem $750 = \frac{24}{32}$. Części tedy dziesiątkowe do zredukowania wzwyż dane, czynią dwadzieścia trzy, ze trzydziestu dwóch części kamienia Warszawskiego, to jest: czynią funtów 23. W tej operacyi czyniemy ordynaryinie według sposobu podanego w *Prop. IV Rozdz. II*, o redukowaniu Frakcyi do jakiegokolwiek danego Mianownika.

PROPOZYCYA VI.

Z Frakcyi dziesiątkowych Scianę Czworgranną, y Szesciogranną wyciągnąć.

Sposób wyciągnięcia Scian Czworgrannych, lub Szesciogrannych, z liczb tak całkowitych, jako też, y z liczb samanych ordynaryinych podać się dostatecznie w *Rozdziale IV*. Na wyciągnięcie zaś Scian z Frakcyi dziesiątkowych Matematycy partykularne podają Reguły.

Regu-

Reguły na wyciąganie Scian Czworogrannych z Frakcyi dziesiętkowych.

I. Jeżeli Frakcyę dziesiętkową dana do wyciągnięcia z niej Sciany Kwadratowej, nad ostatnią swoją figurą ma kreskę do pary, iako w następującym *Przykładzie pierwszym*, tedy wyciąga się z niej Scianę Kwadratową tak, iak z liczb całkowitych, przez *Prop. 1 Rozdz. IV*, a nad ostatnią wyciągnięney Sciany figurą kładzie się połowa kreskę, będących nad ostatnią figurą Frakcyi danej, do wyciągnięcia z niej Sciany Kwadratowej.

II. Jeżeli zaś kreski, nad ostatnią figurą danej Frakcyi są nieparzyste, iako w *Przykładzie drugim*, tedy za przydaniem iedney cyfry, zamienisz je w parzyste, iako tu widzisz w tymże samym *Przykładzie*, a dopiero wyciągnąwszy z liczby owej Scianę Kwadratową ordynarynym sposobem, nad ostatnią icj figurą napisziesz połowę kreskę owych parzystych, y operacyę zakończysz.

Przykład pierwszy

$$\begin{array}{c} \text{II} \quad \text{I} \\ 23.04 \mid 4.8 \end{array}$$

Przykład drugi.

$$\begin{array}{c|c} \text{III} & \\ \hline 22.500 & \\ \text{IV} & \text{II} \\ \hline 22.5000 & 4.74 \end{array}$$

Reguły na wyciągnięcie Scian Sześciogrannych z Frakcyi dziesiętkowych.

I. Jeżeli kreski nad ostatnią figurą danej Frakcyi dziesiętkowej położone na trzy części spełna podzielić się mogą, iako w *Przykładzie pierwszym*

G 5

nastę-

następującym, tedy wyciągnawszy z Frakcyi owey sposobem w *Prop. III Rozdz. IV* podanym, Sciannę Sześciogranną, nad ostatnią iey figurą napisz trzecią część krefek leżących nad Frakcyą daną do wyciągnięcia z niey Scianny Sześciogranney.

II. Jeżeli zaś krefek owych nad ostatnią figurą daney Frakcyi położonych na trzy części spełna rozciąć nie można, iako w *Pr. drugim*, tedy doday do owey Frakcyi tyle cyfer, ażeby krefki nad ostatnią z nich położone, mogły bydź rozcięte na trzy części spełna. toż z Frakcyi tym sposobem spełnionej, wyciągnawszy Sciannę Sześciogranną, y nad ostatnią iey figurą napisawszy trzecią część krefek owych, operacyą zakończysz.

Przykład pierwszy | *Przykład drugi.*

III	I	IV	
1.728	1.2	26.2144	
		VI	II
		26.214400	2.97

Demonstracya tey Operacyi tak sama iest, co, y wyższych. Bo zrobivszy Sześciogran z jednego 1, z kilku cyframi potroynemi, Sciannę iego Sześciogranną będzie, toż samo jedno 1, z tylu cyframi, ile cyfer potroynych przydałeś: tak r^3 1000 = 10, r^3 1000000 = 100. r^3 , 10000000000 = 1000. Z tey przyczyny nad ostatnią figurą wyciągnięney Scianny Sześciogranney, kładzie się trzecia część krefek, które były nad ostatnią figurą Frakcyi daney; krefki albowiem owe są zamiast Denominatorow, iako się wyżej powiedziało.

Prze-

Przeſtrogą I. Szymon Stewinus Frakcyi Dziesiętkowych wynalazca, pierwszy podał sposob do zażywania tychże Frakcyi zamiast liczb łamanych ordynarynych, y ten przemysł iego z wielką w Rachunkach Matematycznych wygodą jest wzięty, zwłaszcza że z Frakcyami tego rodzaju z daleko większą śnadnością, y tak właśnie iak z liczbami całkowitemi postępować sobie można. Następujący zaś po nim Matematycy Tacquet, Prestet, Reyneau, y Wolfiusz, przemysł ten wielce potrzebny objaśnili, utwierdziliśmy go własnymi Demonstracyami, których w Stewinie niedostawało.

Przeſtrogą II. Nauka o Frakcyach dziesiętkowych przy początkach Algebry, która jest kluczem do całej Matematyki nasyborniejszym, dawana bydź zwykła. Z tym wszystkim dogadziąc wygodzie tych, którzy Xiążki o Algebrze nie tak łatwo do ręki mieć mogą, szczególniejsze o Frakcyach dziesiętkowych Reguły krotko tu zebrałem, za których pomocą z większą łatwością, dalszej Matematyki Reguły, poymą.



ROZDZIAŁ IV.

O wyciągnięciu Ścian z liczb danych, co się u Łacinników zowie
Extractio Radicum.

Kiedy się liczba iaka przez siebie samę multiplikuie, *naprzykład* 2×2 , Produkt 4, zowie się Kwadrat, czyli Czworgran, a liczba 2, z ktorey multiplikacyi kwadrat ten wynika, zowie się Ścianą kwadratową, *Radix Quadrati*, y znak iey iest ten, r albo r^2 . Jeżeli zaś kwadrat ow przez też samę Ścianę swoją znowu multiplikuje się, *naprzykład* 4×2 , produkt 8 ztąd wynikający, zowie się *Cubus*, Sześciogran, czyli kostka, wzdłuż, w szerz, y wgłąb równo-boczna, a liczba przez którą kwadrat iey własny zmultiplikowawszy, mam sześciogran, zowie się Ścianą Sześciograną, *Radix Cubica*; y znak iey iest ten r^3 .

A jeżeli tenże sześciogran 8 przez też samę ścianę swoją to iest przez 2 zmultiplikowany będzie, 8×2 , wypadnie inny produkt 16, a ten znowu zmultiplikowawszy przez 2, 16×2 , masz dalszy produkt 32, a y te 32 zmultiplikowawszy znowu przez pierwszą ścianę 2, 32×2 nastąpi inny nowy produkt 64.

Te wszystkie produkta, zaczawszy od wziętej na początku ściany, to iest: 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c. pospolicie u Wiekta terazniejszego Matematyków nazywają się liczb godności, czyli stopnie *Dignitates seu potestates* to iest 2, czyli ściana, zowie się stopień pier-

pierwszy, *Dignitas, vel potestas prima*, 4 stopień drugi, *Dignitas vel potestas secunda*, 8 stopień trzeci, *Dignitas vel potestas tertia*, 16 stopień czwarty *potestas quarta*, 32 stopień piąty, *potestas quinta*, 64 stopień szósty, *potestas sexta* &c. Dawnięyszy zaś Matematycy, biorąc proporcya od figur Geometrycznych, stopień pierwszy nazywali *Latus*, to iest Scianę, stopień drugi *Quadratum*, stopień trzeci *Cubus*, stopień czwarty *Quadrato quadratum*, stopień piąty *Quadrato Cubus* szósty *Cubo Cubus*.

Wiedzieć nad to potrzeba, że co się dotąd mówiło o liczbie 2, toż samo rozumieć się ma o każdej inney. Każda bowiem liczba obrana bydź może za ścianę *pro Radice* produktow wszystkich, które przez ciągnioną multiplikacyą z niey wypadają, iako to 3, 4, 5, 6, y tak daley, z których podobnymże sposobem, iak ze dwóch, godności, albo stopnie liczb, *Potestates*, porobione bydź mogą.

Sciany zaś owe obrane, względem samych siebie, są y pierwszym sobie stopniem, iakośmy wyżej namienili, y ścianami pierwszego stopnia, *prima Dignitatis, vel potestatis* mogą się nazywać. Wzięte względem kwadratu, zowią się ściany drugiego stopnia, *Radices secunda, seu secunda potestatis, aut Dignitatis* y znak ich iest r , albo r^2 . Wzięte względem kostki, zowią się ściany trzeciego stopnia, *Radices tertia Dignitatis, seu potestatis tertia*, a znak ich iest r^3 . Podobnym sposobem, wzięte względem co raz wyższych stopniow, nazywają się ściany czwartego, piątego, szóstego stopnia. *Radices, quarta, quinta, sexta potestatis*, których znaki są r^4 , r^5 , r^6 &c.

Wycią-

Wyciągnąć tedy z liczby danej ścianę, nie innego nie jest tylko wynaleść liczbę taką, która przez siebie samą rozmnożona, liczbę zadaną czyni, albo czworgranową, jeżeli się raz przez siebie samą multiplikuję, albo sześciogranną, jeżeli się przez siebie samą multiplikuje dwa razy, albo dalszego jakowego stopnia, kilka razy przez siebie zmultiplikowana.

Jeżeli liczba zadana, do wyciągnięcia zniesć ściany kwadratowej, niewynosi więcej nad 100, a sześciogranney, niewynosi więcej nad 1000, ścianę iey czworgraną, lub sześciogranną w następującej Tabliczce łatwo znaleźć można, gdyby zaś liczba zadana, nie była prawdziwy kwadrat, ni sześciogran, tedy brać się powinna ściana liczby naybliżey przychylającej się do liczby zadanej. Tak *naprzykład* chcąc doysć z następującej Tabliczki, jaka jest ściana kwadratowa dwudziestu pięciu, szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tamże zadana liczba 25, specyfikuje się, y znajduję ją punktualnie w piątym rzędzie, y 5 w tymże samym rzędzie w pierwszej kolumnie położone; które to 5 są ścianą kwadratową 25, bo 5×5 , czynią 25. Chcę wiedzieć *powtore* jaka jest ściana sześciogranna siedmiudzieliąt? Szukam w trzeciej kolumnie sześciogranów, jeżeli tamże liczba 70 mieści się, której że nieznayduję, biorę przeto liczbę naybliżey przychylającą się do niey, to jest 64; y mam ścianę iey sześciogranną 4. Bo $4 \times 4 = 16$, znowu $16 \times 4 = 64$. Liczba zaś 70 rzetelney Ściany swoiey nie ma, *Radicem rationalem*, albo raczej nie ma Ściany takowej, ktoraby się liczbą

wyra-

wyraz
do 70
wać.

Tab

S

Z

N
P
zał po
pod pi
kuąc,
liczbę
dzie m
części

wyrazić mogła. Zaczynam ścianę liczby, naybliżej do 70 przychylającej się, potrzeba się kontentować.

Tablica Czworogranom, y Sześciogranom, aż do 10.

Sciany	Czworgranie	Sześciogranie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

PROPOZYCYA I.

Z Liczby danej Scianę Kwadratową wyciągnąć.

Naprzód Liczbę daną zaczynając od prawey ręki, podziel punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley zawsze iedną figurę przeskakiując, następującą znacz punktem, tym sposobem liczbę daną podzielisz na części, z których każda będzie miała w sobie, dwie figury, procz pierwszey części od lewey w ktorey często, iedna tylko figura

mie-

mieścić się będzie. Ile zaś będzie części w liczbie tym losol em podzieloney; tyle powinno być numerow w ścianie wynalezioney.

Powtore Wziąwszy pierwszą część od lewey strony liczby danej, szukay iey na Tabliczce czworograniow, którą ieżeli tamże znaydziesz, bierz wypadającą iey ścianę, a ieżeli nie; tedy weś ścianę kwadratu naybliżey do tey liczby przychylającego się, y napisz ją na mieyscu ołobnym za pierwszą część ściany generalney.

Potrzenie. Ścianę tę znalezioneą multiplikuy przez siebie samę, a czworgran z tey multiplikacyi wypadający, odciągnij od pierwszej części danej. Do reszty ieżeli się iaka zostasza, złoż drugą następującą część, dwie figur zawierającą z liczby danej; potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, napisz ją za Dzielnika, tey drugiey części.

Poczwarte. Uważ ile razy Dzielnik z ścianą podwoionę zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykając aoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney, a Wieloraz wypadający napisz za raz, y za drugą część Sciany generalney, y nakoncu Dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część Sciany, multiplikuy całego Dzielnika, niepomijając nawet ostatniey dopiero tamże przydanej liczby, a produkt odciągnij od całej drugiey części, wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałey złoż następującą trzecią część liczby danej, także we dwóch figurach zawartą, którą znowu, nie tykając ostatniey figury

pun-

punk
ną dy
ny, i
przez
z prz
ciągn
sobem
iącą
czyn
ciey
częśc
nie m
ieft C
dana
Scian
nie m
razić
Kwa
cego

od li
nie
doda
dane
Scian
iedn
kacy
wyp
rey
mni
Reg

punktem naznaczoney, przez całą Scianę podwoi-
 ną dywiduy, a Wieloraz tak za trzecią część Scia-
 ny, iako, y nakońcu nowego Dzielnika napisz, toż
 przez tę trzecią część Sciany, Dzielnika całego wraz
 z przydaną liczbą zmultiplikowawszy, produkt od-
 ciągnij od caley trzeciej części liczby daney spo-
 sobem wyżej wyrażonym. A złożywszy następ-
 iącą czwartą część liczby daney do pozostałej reszty,
 czyni we wszystkich tak, iako się o drugiej y trze-
 ciej części powiedziało, aż dojdziez do ostatney
 części, z ktorey jeżeli się po ostatnim odciegnienu
 nie niezostaie, znak jest, że liczba dana prawdziwy
 jest Czworogran, jeżeli się zaś zостаie, znać że liczba
 dana Kwadratowa nie jest, ani może mieć rzetelney
 Sciany swoiey, *Radicem rationalem*, to jest znać że
 nie może mieć takiej Sciany, ktoraby się liczbą wy-
 rażić mogła. Wynaleziona zaś liczba, jest Scianą
 Kwadratu, naybliżey do daney liczby przychyla-
 cego się.

Jeżeli Sciana podwoiona, w części odciętej
 od liczby daney, y do reszty przyłożoney brac się
 nie może, tedy równie iak w Dywizyi, do Sciany
 dodaie się cyfra, a znowu następująca część z liczby
 daney składa się, kiedy to być może &c. Także
 Sciana przez Dywizyą wynaleziona pomniejszy się
 jednym, *hoc est, unitate*, gdy produkt zmultipli-
 kacyi Sciany przez Dzielnika, y przydaną liczbę,
 wypadający, będzie większy nad liczbę od kto-
 rey ma być odciegniony, co proszę dobrze po-
 mnić. Lecz ukażmy już w przykladzie podanych
 Reguł praktykę. Niechay tedy będzie dana liczba

186624, z ktorey Scianę Kwadratową, następującym sposobem wyciągam.

	<i>Liczba dana</i>	<i>Sciana</i>
	186624	432
<i>Dzielnik</i>	16	
<i>drugiej części.</i>		
83	-266	
<i>Dzielnik</i>	249	
<i>trzeciej części.</i>		
862	-1724	
	1724	

Powiedziało się już wyżej, że z liczby danej Scianę Kwadratową wyciągnąć, nie innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, z ktorej przez siebie samę zmultiplikowanej, Produkt wynisć powinien równy liczbie danej, żeby tedy w liczbie zadanej Scianę takową znaleźć, *Naprzód* daną liczbę 186624, wżwyż wyrażonym dzieląc sposobem, kładę pierwszypunkt pod 4, od prawey ręki, drugi pod 6, trzeci pod 8, a że tym sposobem liczbę daną na trzy podzieliłem części, dorozumiewam się, że y w Scianie z niey wyciągnionej, trzy figury zamyknąć się powinny. *Powtórę* Biorę 18 pierwszą część liczby danej, ktorej, że w Tablicy Czworograniów nieznaayduię, biorę 16 naybliżey przychylające się do 18, a przy nich położoną Scianę 4, piżkę za pier-

następują-

by danej
o nie jest,
siebie sa-
winien ro-
ne Scia-
186624,
adę pier-
i pod 6,
daną na
ę, że y w
zamyknąć
część li-
graniow
lające się
piszę za
pier-

pierwszą część Sciany generalney. *Potrzenie.* Z tych 4 pierwszej części Sciany generalney robię Kwadrat, to jest $4 \times 4 = 16$, a Produkt odciągam od 18, pierwszej części liczby danej. *Poczwarcie.* Do 2, które się po tym odciągnięciu zostają, składam następującą drugą część liczby danej, to jest 6^e, y mam 26^e, toż podwoiwszy wynalezioną Scianę 4, to jest $2 \times 4 = 8$, kładę ją za Dzielnika tej drugiej części, y uważam ile razy 8 mieści się w 26, (nie tykam ostatnich 6, punktem naznaczonych) a Wieloraz 3, kładę y za drugą część Sciany, y przydaę go oraz na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Przez tę część Sciany dopiero wynalezioną, to jest przez 3, multiplikuję całego z przydatkiem Dzielnika 82, a Produkt z tej multiplikacyi wynikający 249, odciągam od całej drugiej części liczby danej, to jest od 26^e. *Pososte.* Do 17 od tego odciągnięcia pozostałych, składam następującą ostatnią część liczby danej 2^a, y mam 172^a, a podwoiwszy całą wynalezioną Scianę 43 X 2, produkt 86, piszę za Dzielnika tej trzeciej części y uważam ile razy 86, brać mogę w 172, (bo y tu + punktem naznaczonych nie nie tykam) a Wieloraz 2, piszę oraz y za trzecią część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż przez te 2 ostatnią część Wieloraza, zmultiplikowa- wszy całego Dzielnika 862, produkt ztąd wypada- jący 1724, odciągam od ostatniej części liczby da- ney, po którym odciągnięciu że się nie nie zostanie, znak jest, że liczba dana prawdziwie jest Kwadra- towa, y Scianą icę rzetelną są: 432, którą to Scia- nę na dowod tego przez siebie samę zmultipliko-

Przykład trzeci. Wyciągnę Scianę Kwadratową z daney następującej liczby.

	Liczba dana	Sciana
	6012304	2452
	.	.
	.	.
	.	.
	.	.
	4	
44	201	
	.	
	176	
485	- 2523	
	.	
	2425	
4902	-- 9804	
	.	
	9804	

W tym Przykładzie, przy Dywizyi drugiej części, 4 w 20, mogą brać pięć razy; lecz że Produkt zmnożony całego Dzielnika, przez Scianę 5 wypadający, większy jest nad drugą część liczby daney 201, od ktorey mam odcinąć, z tey przyczyny Wieloraz zmniejszyłam jednym *unitate*, y za drugą figurę Sciany kładę tylko 4, iako się w ostatnim Punkcie przed Przykładem pierwszym powiedziało.



Przykład czwarty.

Liczba dana	Sciana
12502	111 $\frac{181}{222}$
I	
21	- 25
	21
221	- 402
	221
	181.

Przeestroga I. Jeżeli liczba dana nie jest Kwadratem, tedy reszta od ostatniego odcięcia, która jest w poprzedzającym czwartym Przykładzie 181, idzie na liczbę tamą, w której reszta pozostała, kładzie się za Licznika, a za Mianownika Sciana wynaleziona wzięta dwa razy. Ale kiedy reszta pozostała będzie większa nad Scianę wynalezioną, w ten czas Scianę podwoiwszy mianowce byź Mianownikiem, dodaje się jeszcze jedno, unitas. Tak w poprzedzającym Przykładzie, że reszta 181, większa jest nad Scianę znalezioną 111, zaczynam podwoiwszy też Scianę 111×2 , do produktu 222 dodaje się jeszcze 1, a zatym Frakcja Scianie wynalezioney przyległa powinna być ta $\frac{181}{222}$; a to dla tego, że Kwadrat większy, mniejszego, po którym zaraz następuje, przewyższa Scianę podwoioną tegoż mniejszego

Kwa-

Kwa
od
bliż
czyli
go p

Kwa
strow
dna.
nast
ia p

tom
wiz
tey
ka
czy
ney
sam
a d
wiz
dar
mi
jest
wy
sieb
duk

Kwadratu, przydamy 1. Tak na przykład 16 od 4, to jest Kwadrat większy od mniejszego najbliższego różni się, to przemyszką $3 + 3 + 1 = 7$, czyli iako się rzekło Siano Kwadratu mniejszego podwoioną z dodatkiem jednego, albo unitatis.

Przełtoga II. Żadna liczba nie będzie Kwadratowa, w której ostatnia figura po prawej stronie będzie 2, lub 3, lub 7, lub 8, albo Cyfra iedna, ale potrzeba koniecznie ażeby była iedna z następujących 1, 4, 5, 6, 9, 00, z których składają się liczby proste Kwadratowe.

Przełtoga III. Wyciąganie Siano Kwadratowej nie innego nie jest, tylko rodzaj iakis Dywizyi, ztąd tylko różniąc, że w Dywizyi pospolitej Dzielnikiem jest liczba dana, tu zaś dzielnika szukać potrzeba, a jeszcze na każdą część liczby danej innego, którego z Siano wynależionej dochodzimy, moltiplikując Siano przez siebie same, iako np, w ostatnim Przykładzie 111X111, a do Produktu 12321 przydamy, tak iak w Dywizyi, resztę od ostatniego odciągnięcia z liczby danej pozostałą 181, Produkt generalny wypada mi 12502, równy zupełnie liczbie danej. Ten jest szczególny sposób na doświadczenie dobrze wyciągniętej Siano, moltiplikując Siano przez siebie same, y resztę, jeżeli się iaka została, do Produktu przyłączając.

PROPOZYCYA II.

Scianę Czworogranną wyciągnąć z Liczby nie Kwadratowej przez naybliższe przychylenie się do rzetelney iey Sciany, per Approximationem.

Po wyciągnięciu Sciany Kwadratowej, jeżeli się co zostało znak jest że liczba dana nie jest prawdziwie Czworogranna, y Sciany rzetelney, ktoraby się liczbą całkowitą mogła wyrazić, nie ma. A lubo prawdziwey, y rzetelney w takiej liczbie doysć Sciany, rzecz wcale jest niepodobna, można iednak przez zażycie Frakcyi dziesiątkowych, (o których się mowiso w Rozdziale poprzedzającym) do Sciany owey coraz bliżey a bliżey przychylić się, tak, że przewyszka, lub brak od rzetelney Sciany, bardzo nieznaczny będzie. Co następującym dzieie się sposobem.

Naprzod. Do liczby, która się powyciągnięciu Sciany generalney od ostatniego odciągnięcia zostało, doday ryle par Cyfer, ile ci się podobać będzie, eo jest 00, lub 0000, lub 000000, lub więcej, a liczby pozostałey nietykając, dodane Cyfry podziel punktami na części, tak, iak się rzekło w poprzedzającej Propozycji, toż podwoy wynalezioną już całą Scianę, y produkt położ za Dzielnika liczby składającej się z liczb pozostałych, z pierwszą częścią cyfer dodanych. *Powtorc.* Uważay ile razy Dzielnik ow, w tey pierwszej części mieści się, nietykając y tu, ostatniey figury kropką naznaczoney, a Wielekraz napisz y za następującą część Sciany, y za ostat-

nią

tnią figurę Dzielnika. Toż zmnożywszy cały Dzielnik, przez tę ostatnią część Sciany, dopiero wynalezioną, produkt odciągnij od tej części reszty pozostałej z Cyframi, którą dzielił. *Potrzenie.* Do reszty po tym odciągnięciu pozostałej, złoż następującą część liczb, z reszty, y z dodanych Cyfer złożonej; toż podwoiłszy całą Scianę, mierz z niej Dzielnika nowego, przez którego złożoną część podzieliwszy, czyni dalej tak, iako się w poprzedzającej Propozycji powiedziało.

Doszedłszy do końca Operacji, to co się po ostatnim odciągnięciu zostało, zaniechać potrzeba; a od końca całej Sciany odciawszy tyle figur, ileś par Cyfer na początku był przydał, liczby po tym odcięciu z lewej strony będącej, są Scianą rzetelną liczby danej, która się w liczbach Całkowitych wyrazić może, a liczby z prawej strony po odcięciu pozostałe, są przydatkiem do tejże Sciany, który tylko liczbą łamaną wyrazić można, który to liczbę łamanej Numeratorem będą liczby, od końca z prawej strony odcięte, a Denominatorem jedno 1, z przydanemi do siebie tylu Cyframi, ile par Cyfer, na początku do reszty dodanych było. Lecz ukazany to w przykładzie ostatnim z Propozycji poprzedzającej, w którym dana była liczba 12502, do wyciągnięcia z niej Sciany Kwadratowej.

	<i>Liczba dana</i>	<i>Sciama</i>
	12102	111812
	1	1000
21	- 25	
	21	
221	- 402	
	221	
2228	18100,00,00	
	17824	
22361	-- 27600	
	22361	
223622	523900	
	447244	
	- 76656	

Z tey liczby po wyciągnięciu Sciany 111, zostaje się od ostatniego odciagnienia 181. Do tey reszty dodać trzy pary Cyfer, y mam 181000000 a przez Produkt Sciany podwoionej, to jest przez 222 dzieląc pierwszą część liczby danej, to jest 18100 mam Wieloraz 8. który kładę za czwartą część Sciany, y za ostatnią część Dzielnika, multiplikuję potym przez ostatnią część Sciany całego Dzielnika, a produkt odcinawszy od liczby, którą dopiero dzieliłem, do reszty składam następującą drugą parę Cyfer, y dzielę ją znowu przez całą Sciannę podwoioną, y tak daley. Aż na koniec skończywszy Operacyę, resztę po ostatnim odciagnieniu pozostającą, to jest 76656 zaniechawszy, od końca całej Sciany wynależionej 111812, odcinam trzy

figu-

figury
Oper
Tym
Całko
wszy
iedno
dany

Kwad
szczy
zdy b

dawsz
Czwo
że dan
łokci
części
dę mi
lubo
zarzu

figury, dla tego, że do reszty od końca pierwszej Operacyi pozostały, trzy pary Cyfer dodałem. Tym sposobem mam danej liczby Scianę w liczbach Całkowitych 111, a w liczbie łamaney $\frac{812}{1000}$, wzięwszy za Denominatora liczbę od końca odciętej, iedno z trzema Cyframi, dla trzech par Cyfer przydanych, iako się wyżej powiedziało.

Przykład drugi. Chcąc wymiarkować obwód Kwadratowy placu, 12 łokci Kwadratowych w płaszczynie swojej zamykającego, pytam ile łokci każdy bok mieć powinien?

12	3	464
9		1000
64	300,0000	
	256	
686	-4400	
	4116	
6924	-28400	
	27696	
-- 704		

W tym Przykładzie do 3 pozostałych, przydawszy z nich sposobem wyżej podanym Scianę Czworgranową, wypada na koniec $3 + \frac{464}{1000}$ to jest: że danej płaszczynie wymierzywszy na każdy bok łokci trzy, y 464 części czwartej, łokcia na tysiąc części podzielonego, co około pusałokcia czyni, będą miał całej płaszczyny łokci Kwadratowych 12, lubo nie spełna, dla 704 po ostatnim odciągnięciu zarzuconych. Z tym wzytkiem Sciana ta, daleko bliż-

blizszą jest Scianę danej liczby 12, niżeli Sciana 3 po ordynarynym wyciągnięciu Sciany należona.

Przeſtroga I. Ztąd pokazuje się, że im więcej par Cyfer do reszty na początku pozostałych przydaś, tym bliżej wyciągnioną z nieb Scianę, do Sciany liczby zadanej przybyłać się będzie, acz nigdy Sciany prawdziwey niewynajdziesz. Ale defekt y brak omół Sciany rzetelney bardzo nieznaczny będzie.

Przeſtroga II. Jeżeli liczbę, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, Frakcyą jest przyległa, Frakcyę do Denominatora 100 zredukowańszy, liczbę omę całkowitą do niey przyłączyć powinieniem, potym zaś tak z Numeratora iako, y z Denominatora osobno Scianę Kwadratową wyciągnąć, a to tym sposobem. Na przykład chcę wyciągnąć Scianę Kwadratową z $6\frac{1}{2}$. Naprzód liczbę całkowitą 6, redukuję do Frakcyi przyległej $\frac{1}{2}$ przez Prop. VI, Rozdz. II, y mam $\frac{12}{2}$; Toż tę ostatnią Frakcyę redukując do Denominatora 100, przez Prop. VI, tegoż Rozdziału mam Frakcyę nową $\frac{625}{100}$. Nakomiec tak z Numeratora iako, y z Denominatora tej Frakcyi wyciągnąwszy osobno Scianę Kwadratową, wychodzi mi $\frac{25}{10} = 2\frac{1}{2}$.

Podobnież gdy z danej frakcyi scianę Czworokątną wyciągnąć przydzie, trzeba iey w obydwóch terminach osobno upatrywać, to jest, tak w Liczniku iako y w Mianowniku; np. $r\frac{1}{2} = \frac{2}{1}$; gdyż $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$; tudzież $r\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ponieważ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Prze-

Przełtoga III. *Alieżeli Denominator Frakcyi liczbie całkowitey przyległey, będzie Czworgran doskonały, w ten czas zredukowawszy liczbę całkowitą do Frakcyi przyległey, można zaraz Scianę Kwadratową z Numeratora, y Denominatora owey Frakcyi wyciągnąć, nie redukując iey do nowego Denominatora 100. Tak w poprzedzającym Przykładzie $6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$ wyciągnąwszy ośobno Scianę Kwadratową tak z Numeratora 25, iako y z Denominatora 4 mąż, $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, tak, iako y pierwey. Zkąd uczemy się sposobu na wyciągnięcie Scian Kwadratowych z samych nawet liczb łamanych, w których numery za Licznika, y mianownika położone, są Kwadratowe.*

Przełtoga IV. *Gdy zaś Denominator Frakcyi, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, nie będzie Czworgranowy, iako np. w daney Frakcyi $\frac{2}{7}$, tedy zmultiplikowawszy Numeratora przez Denominatora 4×7 , z Produktu 28 wyciąga się Scianę Kwadratową, ktorey my nalezione, zaniechawszy reszty, kładzie się za Denominatora, tenże sam Denominator 7. Daney tedy Frakcyi Sciana Kwadratowa jest $\frac{4}{7}$. Dzie się to przez skrocenie, gdyż naprzód daney Frakcyi $\frac{2}{7}$ tak Numeratora, iako y Denominatora zmultiplikowawszy przez 7, miałbyś inną Frakcyą $\frac{28}{49}$, pierwszey we wszystkich równą przez Axioma III, Rozdz. II. Potym z tey Frakcyi $\frac{28}{49}$ wyciągnąwszy Scianę Kwadratową miałbyś następującą $\frac{4}{7}$ też samę, która y przedtym wynależio-*

na

na była; ponieważ bowiem równych Frakcyi równe powinny być Sciany, zaczynam ktoregokolwiek sposobu zażycie, zamyślenie $7^2 = 49$.

Przelitroga V. Frakcyja nie w Kwadrato-
wych terminach wyrażona może być zreduko-
wana na nie, przez Mnożenie, lub Dzielenie.
Tak $\frac{1}{2}$ podzielmy przez 3, mamy $\frac{1}{6}$; przez Axy-
oma III, a Scianę z tej Frakcyi wyciągną $\frac{1}{6}$.
Podobnie $\frac{2}{3}$ mnożąc przez 2 mamy $\frac{4}{3}$ przez
toż Axyoma, a Scianę z tej Frakcyi wyciągną
 $\frac{2}{3}$.

PROPOZYCYA III.

Z danej Liczby Scianę Sześciograną wycią-
gnąć. Radicem Cubicam.

O Sześciogranie, czyli Kostce, już wyżej mowi-
liśmy, że się łaże z Kwadratem przez Scianę swo-
ją zmnożonego. Wyciągnąć tedy z liczby
danej Scianę Sześciogranową, iest wynaleść liczbę
taką którą przez siebie samę, y przez Kwadrat ztąd
wypadający zmnożawszy, będziemy mieć Sze-
ściogran, czyli Kostkę, wierz, wzdłuż, y wglęb ro-
wno-boczną.

Do wyciągnięcia Sciany Sześciogranowej, na-
przed daną liczbę podziel na części, zaczynając od
prawej ręki, tak żeby w każdej części zamykały się
trzy figury, prócz pierwszej od lewej ręki, która
czasem dwie, a czasem iedną tylko figurę w sobie
mieć będzie. Tym sposobem podzieliwszy daną
liczbę, ile w niej będzie części, tyle będzie figur w
Scianie z całej liczby wyciągnięney.

Powto-

Powtore. Na Tabliczce Sześciogranow przed *Prop. I.* położoney fukay Sciany Sześciogranney pierwszej części liczby daney, ktorey ieżeli nieznaydziesz, bierz Scianę Sześciogranu naybliżey do niey przychylającego się, y napisz ją na osobnym mieyscu, za pierwszą część Sciany generalney.

Potrzebie. Z tey Sciany wynaleźioney uczyn Sześciogran, y odciażniy go od pierwszej części liczby daney.

Poczwarte. Do reszty, ieżeli iaka po tym odciażnieniu zostanie się, złoż jednę tylko następującą figurę z drugiey części liczby daney, a z Sciany już wynaleźioney zrobiwszy Kwadrat, weźmiy go, trzykroć, albo iak mówią tryplikuy go multiplikując przez 3, Produkt ztąd wypadający będzie Dzielnikiem drugiey części, ktory uważay ile razy w niey mieści się, a Wieloraz napisz za drugą figurę Sciany.

Popiąte. Z caley wynaleźioney już Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciażniy go razem od obu części już wziętych z liczby daney żadnego numeru niepomijając.

Poszoste. Do reszty, ieżeli iaka po tym odciażnieniu pozostanie, przyday znowu jednę z następującey trzeciey części liczby daney, a z caley wynaleźioney już Sciany Kwadrat zrobiony, y tryplikowany, czyli trzykroć wzięty, będzie znowu nowym tey trzeciey części Dzielnikiem, ktory uważay, ile razy w niey brać się może, a Wieloraz to wskazujący położy za trzecią część Sciany. Toż z caley Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciażniy go znowu od wszystkich.

wszystkich razem trzech części liczby danej. Tym sposobem do ostatniej części dołzedłszy, na koniec z całej Sciany zrob Szesciogram, y odciągnij go od całej liczby danej.

Jeżeli od ostatniego odciągnięcia nie się zostanie, znać jest że liczba dana Szesciogramną jest zupełną, y Sciana wynaleziona jest iey własną; inaczej, liczba dana Szesciogramna nie jest, y Sciana wynaleziona na ow czas nie jest Scianą liczby danej, ale tylko największego Szesciogramu w liczbie owej zawierającego się, która liczbą całkowitą wyrazić się może.

Przykład pierwszy. Szukam Sciany Szesciogramney w następującej danej liczbie.

Liczba dana | Sciana Szesciogramna.

	12,167	23	
	8	123	
12	4	69	
		46	
		529	Kwadrat z wynalezioney
		23	Sciany.
		1587	
		1058	
	12167		Szesciogram z wynalezioney
			Sciany, rowny we wszystkim
			Liczbie danej.

Przykład drugi. Dana jest liczba 11390625, której Sciany Szesciogramowej mam szukać?

Liczba

y. Tym
na koniec
iy go od

e się nie-
anną jest
na; ina-
y Sciana
czyby da-
w liczbie
wita wy-

Sześcioc.

Liczba dana Sciana Sześciogranna.

Dzielnik	11,390,625	225	
drugiej	8	225	
części.			
12	33	1125	
	11390,	450	
	10648	450	
Dzielnik		50625	Kwadrat
trzeciej		225	z całej
części.			Sciany.
1452	--7426		
		253125	
	11,390,625	101250	
	11 390 625	101250	
		11390625	Sześciogran
			z całej
			Sciany.

W tym Przykładzie podzieliwszy *naprzód* daną liczbę podług nauki wzwyż podaney, mam w niej trzy części, y to mi jest znakiem, że Sciana Sześciogranna wynaleziona, będzie się składać z trzech figur.

Powtorę. Szukam na Tabliczce Sześciogranow Sciany 11, pierwszy części liczby dancy, ktorey także nieznalazłszy, biorę 2 Scianę 8, Sześciogranu naybliżey do pierwszej części przychyłającego się, y kładę te 2, na osobnym mieyscu, za pierwszą figurę Sciany.

Potrzącie. Z tych 2, wynalezioney Sciany robię Sześciogran 8, y odciągam go od 11, pierwszy części liczby dancy.

Poczwarte. Do reszty, ktore tu są 3 składam 3, iedną tylko następującą z drugiey części liczby daney figurę, a tak mam 32. Toż z wynalezioney już Sciany 2, zrobiwszy Kwadrat 4, tryplikuję go, to jest trzykroć biorę, y mam 12, te zaś dwanaście są Dzielnikiem trzydziestu trzech, drugiey części liczby daney ktore 12 że w 33, mieszczą się dwa razy, zaczym Wieloraz 2, piszę za drugą figurę Scianie Sześciogranney, ktorey szukam.

Popiąte. Z 22, to jest z całej Sciany wynalezioney czynię na osobney kartce Sześciogran 10648, y odciągam go od całych dwóch pierwszych części, ktorych Scianę już znalazłem.

Pośóste. Do reszty 742, ktora się po tym odciągnienu zostaje, składam z trzeciey, y ostatniey części liczby daney następującą iedną figurę 6, y mam 7426, a z 22, to jest z całej Sciany wynalezioney Kwadrat zrobiwszy 484, y tryplikowawszy go, mam 1452, co jest Dzielnikiem trzeciey części liczby daney, to jest 7426, w ktorych że 1452, mieszczą się pięć razy, zaczym Wieloraz 5 piszę za trzecią figurę Scianie wynalezioney, y mam całą Scianę liczby daney 225. Z ktorey Sciany zrobiwszy Sześciogran 11390625, odciągam go od całej liczby daney; Po ktorym odciągnienu, że się nic nie zostaje, znak jest że liczba dana 11390625, jest prawdziwie Sześciogranną, a Sciana iey rzetelna jest 225.

Prześtroga I. Sposob ten na wyciąganie Scian Sześciogrannych z liczb danych jest nayłatwiej-

twi
Uniz
się. I
Sześci
ney, i
ney p
wraz
wszy
inż
Scian
ley, i
drze)
pierw
figur
guży
doczn
ny Sze
tako
jest, y
się nie
się por
dzie t
rem P
immin
ściogran
nem w
Sciane
sta po
Frakcy
ta tedy

twieyszy podany od Newtona w Arytmetyce iego Uniuersalney, y w trzech Regulach cały zamyka się. I. Do reszty ktora się zostaje po odciażnieniu Sześciogranu od podzielonych iuż części liczby danej, iedna tylko z następującej części liczby danej przydaie się figura. II. Tę resztę wziętą wraz z przydaną na końcu iey liczbą, podzieliwszy przez Kwadrat tryplikowany wynaleśionej iuż Sciany, Wieloraz daie następującą figurę Sciany, z drugiey części wyciągnioną, y tak dalej, III. Z liczb Scianowych (ilekolwiek ich będzie) zrobiony Sześciogran, odciąga się od tylu pierwszych części liczby danej, ile jest liczb, czyli figur w Scianie iuż znalezionej, ktore trzy Reguły w przytoczonych iuż Przykładach, dosyć wódocznie użyte były.

Przetłroga II. Jeżeli po wyciążnieniu Sciany Sześciogranney cokolwiek się zostaje, znak jest, tako się rzekło, że liczba dana Sześciogranna nie jest, y iey cała Sciana liczbą całkomiłą wyrazić się nie może. Zaczym reszta pozostała wyrażać się pominna Frakcyą, ktorey Numeratorem będzie taż sama liczba pozostała, a Denominatorem Przewyżska zmniejszona iednym, Differentia inmutata unitate, ktora zachodzi między Sześciogranem Sciany wynaleśionej, y Sześciogranem wiekśszym naybliższym. Tak wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną z 46, mam Scianę 3, a reszta pozostała 19 będzie Licznikiem przyległej Frakcyi, Denominatorem zaś 37 — 1 = 36. Cała tedy wynaleziona Sciana będzie $r^3 36 = 37$

$\frac{1}{3}$. Potrzeba albowiem wiedzieć, że Szesciogran większy np. 64, przewyższa Szesciogran najbliższy mniejszy od siebie 27, Scianą 3 Szesciogranu mniejszego tryplikowaną, ymultyplikowaną przez Scianę Szesciogranu większego, z przydatkiem do Produktu iednego 1, to jest $64 - 27 = 9 \times 4 + 1 = 37$.

Przeestroga III. Jeżeli z liczby która nie jest Szesciogranną chcesz wyciągnąć Scianę przez najbliższe do prawdziwey iey Sciany przychylenie się, tak iako się w Prop. II, tegoż Rozdziału o Scianie Kwadratowej mówiło; do reszty od ostatniego odciażnienia pozostałej dodaj tyle, ile chcesz Cyfer potroynych, to jest 000, lub 000, 000, lub 000 000 000, y wyciągnij z nich daley Scianę sposobem wyżej podanym. Potym zaniechawszy zostającą się po ostatnim odciażnieniu resztę; od Sciany wynalezioney odetnij z prawey ręki tyle figur, ileś Cyfer potroynych przydał, y podłóż im za Mianownik iedno, 1, z tylu Cyframi, ile potroynych Cyfer przydanych było, a Frakcyę ztąd wynikającą przez znak Addycyi + przydaj do Sciany w liczbach całkowitych wyrażoney, tak właśnie, iako się w Propozycyi II, mówiło o wyciąganiu Scian Kwadratowych z liczb danych przez najbliższe przychylenie się do rzeczywelney, albo raczey wyraźney ich Sciany.

Przeestroga IV. Z tym mśyjskim tak Szesciogranne, iako też y inne wyższych stopniów Sciany daleko łatwiej przez Algebrę wynalezionę bywają, zwłaszcza przez generalne Reguły

od N
w R
skon

brze
bie w
reszt
rown

Zam
dosyc

Z
wać,
dzież

Kwad
rzy, i
gow

drato
mam

wycią
nidzie

24 ob
stawie

od Newtona podane. Z tey przyczyny kto chce w Rachunkach tego rodzaju z gruntu się wydoskonalić, do tamtych źródeł niech się uda.

Na doświadczenie Sciany Sześciogranney do-
brze wyciągnionej, multiplikuy trzy razy przez sie-
bie wynalezioną Sciangę, a do Produktu dodawszy
resztę od ostatniego odciagnienia pozostałą, Summa
rowna liczbie daney wyniknąć ci powinna.

PROPOZYCYA IV.

Zamykająca w sobie kilka Zadaniom, ktorym za-
dosyć uczynić można przez wyciągnięcie Scianny
Czworgranney, lub Sześciogranney.

ZADANIE I. Generał mający bitnych Żołnierzy
1369, chce ich do batalii w Kwadrat użytko-
wać, pytam ile ich w każdym szeregu postawi, ru-
dzież wiele szeregów będzie?

Wyciągnąwszy z daney liczby 1369 Sciangę
Kwadratową masz 37, to jest masz liczbę żołnie-
rzy, ile ich w każdym szeregu stanie, y tyleż szere-
gów będzie.

ZADANIE II. Z Lip 625 chcąc Ogrod Kwa-
dratowy założyć, pytam ile ich w każdym rzędzie
mam mieścić?

Sciana Kwadratowa 25 z daney liczby 625
wyciągniona, wskazuje, ile na każdy rząd Lip wy-
nidzie.

ZADANIE III. Jest Bałzta wysoka na łokci
24 obwiedziona fossą szeroką na łokci 9, chcąc wy-
stawić drabinę któraby do kopuły Bałzty owej z

dalejszego brzegu dosięgła, pytam na wiele łokci długa być powinna?

Zrob *naprzód* z wysokości Baszty łokci 24 Kwadrat = 576, a drugi z obfzerności fossy łokci 9 = 81. *Powtore*. Te dwa Kwadraty dodawszy z sobą 576 + 81, z Summy 657 wyciągnij Scianę Kwadratową, która ci pokaze że drabina owa powinna być długa na łokci $25\frac{2}{3}$.

ZADANIE IV. Z danych 3375 ciosanych Kwadratowych kamieni chcąc stawiać Sześciogranny postument do Statuy, pytam ile na każdym boku wszerz, wgłąb, y wzdłuż kamieni kłaść potrzeba będzie?

Wyciągnij Scianę Sześciogranną z 3375, a będziesz miał 15, ile na każdy bok ciosanych Kwadratowych kamieni potrzeba.

ZADANIE V. Z Dyametru kuli żelazney, kamienney, lub cłowianey, ważący funt jeden, doysć, jaki powinien być Dyameter kuli dwufuntowey, trzechfuntowey &c. z tegoż samego materiału?

Daymy że Dyameter kuli funtowey dzieli się na części 10. Zrob z tych 10 Sześciogran 1000, a zmnożyłszy go przez dwa, 1000X2, z produktu 2000 wyciągnij Scianę Sześciogranną, ta pokaze ci ile, takowychże części Dyameter kuli dwóch funtowey zamykać w sobie powinien. Toż czyniąc Dyametr kuli trzech funtowey, czterech funtowey, pięciu funtowey. Zmnożyłszy albowiem Sześciogran 1000, przez 3, 4, 5, Sciany Sześciogranne z produktów wyciągnięte, pokażą ci Dyameter na kulę od trzech, czterech, y pięciu funtow.

Za-

ZADANIE VI. Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, Obywatele tamedzni pytali Apollina, jakimby sposobem to złe od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo, że w ten czas powietrze ustatnie, gdy Ateńczykowie Ostarz iego, który był Sześciogranny we dwoie powiększą. Ztąd wszczęła się sławna kwestya o podwoieniu Sześciogranu.

Daymy że Sciana owego Sześciogrannego Ostarza miała w sobie stop Geometrycznych 12, zrob z tej Sciany Kwadrat 144, y moltiplikuy go przez 24 Scianę podwoioną; a z produktu 3456 wyjęta, Sciana Sześciogranna pokaże, że Ostarz owego podwoionego, bok jeden powinien był mieć stop Geometrycznych $15 \frac{8}{20} = \frac{8}{20}$.

Te, y tym podobne Przykłady pokazują iawnie, iak potrzebna jest wiadomość Reguł o wyciąganiu Scian podanych, których praktyka w całej Matematyce nieskończenie jest użyteczna.

ROZDZIAŁ V.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

Reguł wyższej Arytmetyki pospolicie liczą cztery. Pierwsza jest Reguła Proporcji *Regula Proportionum*. Druga Reguła Towarzystwa, czyli spółki, *Regula Societatis*. Trzecia Reguła Wiązania, *Alligatio*. Czwarta Reguła Domniemania, czyli Fałszywego założenia, *Regula Pafitionis, vel Falsi*. Pierwsza z wyrażonych Reguł jest nayprzedniejsza, gdyż na niej inne gruntuja się. Zaczym do zupełnego

niego iey zrozumienia za rzecz potrzebną osądziłem, o liczbach proporcjonalnych, y własnościach ich nicco wprzod pomówić.

Definicje, czyli Opisania gruntowne.

I. Proporcya, *Ratio, five proportio*, iest to dwóch tegoż samego gatunku rzeczy wzajemny iakiś między sobą wzgląd, y porownanie co do ich wielkości. Tak 12 porównyując ze 4 widzę że liczba 12, liczbę 4, trzy razy w sobie zamyka, a zatym między 12, y 4 zachodzi proporcya trzykrotney wielkości, *tripli*, pierwszy termin zowie się poprzedzający *Antecedens*. Drugi następujący *Consequens*.

II. Proporcya dwóch liczb poznać się z Dywizyi, bo przez nią dochodzimy, ile razy jedna druga w sobie mieści; gdyż liczba podzielna tyle razy zamyka w sobie dzielnika, ile razy Wieloraz z tego dzielenia wypadający zamyka w sobie 1.

III. Liczba więc, która wskazuje, ilekroć termin poprzedzający zamyka w sobie termin następujący lub ilekroć w nim mieści się, zowie się Wykładacz czyli Mianownik Proporcyi, (*Exponens, vel Denominator Proportionis*) która może być lub całkowita, lub łamana; tak liczba, 3, iest Wykładacz czyli Mianownik wyrażający proporcję która zachodzi między 12 y 4, gdyż pokazuje, że liczba 12 trzy razy mieści w sobie liczbę 4. Podobnie Frakcyja $\frac{1}{2}$ iest wykładacz Proporcyi 2, do 6; bo widocznie wskazuje, że, 2, termin poprzedzający iest

urze-

trzecią częścią 6, terminu następującego; czyli że 2, mieści się trzy razy w 6. Zkąd oczywiście widzisz, że *Exponens* czyli *Denominator* Proporcji nierozni się od Wieloraza wynikającego z podzielenia iednego terminu Proporcji przez termin drugi.

IV. Dwie Proporcje, zowią się podobne, też same, albo równe, (co wszystko iedno znaczy) gdy pierwszey proporcji termin poprzedzający, tyleż razy mieści w sobie termin swoy następujący, ile razy termin poprzedzający drugiey proporcji, zamyka w sobie swoy termin następujący, y wzajemnie, gdy termin poprzedzający iedney proporcji tyle razy mieści się w swoim terminie następującym, ile razy w drugiey proporcji termin poprzedzający w następującym brać się może. Tak następujące dwie Proporcje 12. 4 :: 3. 1, są między sobą podobne, y też same; bo iako, 12 *Antecedens* pierwszey proporcji, *Consequens* swoy 4, tak 3 *Antecedens* drugiey proporcji, *Consequens* swoy 1, trzy razy zupełnie w sobie zamyka.

V. Cztery te terminy, czyli rzeczy, też same mające do siebie proporcją np. 12. 4 :: 3. 1, zowią się proporcjonalne, albo iednego względu; Jeżeli zaś liczby we środku położone dwa razy się biorą, tak: że taż sama liczba bierze się raz iako *Consequens* liczby pierwszey, a drugi raz iako *Antecedens* liczby następującej, tedy proporcja między niemi zachodząca zowie się proporcja ciągłona, *Proportio Continua*, iako na przykład :: 2. 4. 8. gdzie 4. biorę raz iako *Consequens* 2, drugi raz iako *Ante-*

cedens 8, raz, iako 2. dwarazy w sobie zamykaia, drugi raz, iako w 8 dwa razy wzaiemnie mieszczą się.

LEMMA TA (*) czyli *Obiasnienia upevniające oniezawodnych włafiosciach Proporcvi.*

LEMMA I Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, y tegoż samego względu, tedy produkt z liczby pierwszej, y ostatniej, powinien być we wszystkim rowny produktowi z liczby drugiej, y trzeciej.

Daymy cztery liczby proporcjonalne

$$5. 20 :: 4. 16.$$

$$\text{Jako } 5 \times 16 = 80.$$

$$\text{Tak wzaiemnie } 20 \times 4 = 80.$$

LEMMA II. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iako biorąc na wywrot, termin czwarty do drugiego, tedy produkt terminu pierwszego z drugim, powinien być rowny produktowi terminu trzeciego z czwartym. Daymy cztery liczby następujące 6, 4, 3, 8. W tych danych liczbach, że między pierwszym terminem 6, y trzecim 3, też sama zachodzi proporcya iaka między terminem czwartym 8, y drugim 4, będzie tedy $6, 3 :: 8, 4$. Przeto podług Lemma I $6 \times 4 = 3 \times 8 = 24$. A, zatym Produkt z

(*) LEMMA jest to nauka poprzedzająca, czyli ostrzeżenie y ubezpieczenie o niezawodności Prawd, przez ktore dalszych Regul w jakiej Scyencyi podanych dowodzić potrzeba. Y dla tego u Łaciników Lemmatami nazywają się Propozycye, ktorych ten jedyny cel jest, abyśmy przez nie innych Propozycyi prawdy dowodzili.

pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

LEMMA III. Jeżeli produkt przez iedną liczbę, z liczb między sobą zmultiplikowanych, podzielony będzie, druga z nich za Wieloraz wypaść powinna, *na przykład*, jeżeli Produkt 24 wynikający zmultiplikacyi 4X6, podzielony będzie przez 6, wypada 4, jeżeli przez 4, wypadną 6.

PROPOZYCYA I.

O Regule Proporcyi. De Regula Proportionum.

Regula Proporcyi, którą dla zacności, y nieskończonego pożytku, ztorą pospolicie nazywają: podaje sposob na dōyście z trzech liczb wiadomych czwartey liczby niewiadomey Proporcjonalney, między którą, y trzecią też sama zachodzić powinna Proporcya; co między drugą, y pierwszą. Y z tey przyczyny zowie się Regula Proporcyi, czyli Reguła trzech, że z trzech liczb wiadomych, czwartą niewiadomey dochodzi. Należyte Reguły Proporcyi odprawienie na dwóch następujących gruncie się fundamentach.

Naprzod. Trzy liczby dane, porządkiem ułożone bydź powinny, tak ażeby liczba mająca do siebie przyłączone zadanie położona była na miejscu trzecim, a owa, która z liczbą na miejscu trzecim położoną iednego jest gatunku, na pierwszym miejscu znajdowała się. Tak *np.* pytając się wiele dań za 12 łokci Sukna, którego dwa łokcie kosztują Złoty 14. Ponieważ liczba 12 ma do siebie przyłączone zadanie, zacznym piśe 12 łokci na miejscu trze-

trzecim, a dwa które też samę rzecz z 12, to jest łokcie znaczą, kładę na miejscu pierwszym, 12 zaś na miejscu drugim, tym sposobem?

2. 14 :: 12. - -

Powtore. Tak ułożywszy terminy liczb do rozwiązania ich przez Proporcją zadanych, multiplikuy termin drugi przez trzeci, to jest 14×12 , a Produkt z tej multiplikacyi wynikający 168, przez termin pierwszy, to jest przez 2 podziel, Wieloraz który z tego podzielenia wypadnie, będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, y na zadanie twoie odpowie?

Łokci Złotych Łokci Złotych.

2. 14 :: 12. 84.

12

28

14

Wieloraz

2

16,8

84

16

-- 8

8

Przykład drugi. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego miał robotników 180000. Daymy że na dwóch robotników dawano codziennie trzy Złote, pytam ile na wszystkich codziennie wydano?

Robo-

<i>Robo:nicy</i>	<i>Złote</i>	<i>Robotnicy</i>	<i>Złote</i>
2.	3 ::	180000	270000

	3.	
2	<u>5,4,0,0,0,0,</u>	270000
	<u>4</u>	
	14.	
	<u>14</u>	

Przykład trzeci. Budowanie tegoż Kościoła trwało lat siedm, a biorąc w Roku iednym tylko 250 dni roboczych, trwało dni 1750. Jeżeli tedy na dzień ieden sama robota owego Gmachu kosztowała Złotych 270000, pytam ile mógł wynieść cały koszt za dni 1750?

<i>Dzień</i>	<i>Złotych</i>	<i>Dni</i>	<i>Złotych</i>
1	270000 ::	1750	472500000.

1750
<u>13500000</u>
1890000
<u>270000</u>
1. 472500000

W tym Przykładzie Produktu zmnożeniu dwóch średnich terminow niepotrzeba było przez 1, termin pierwszy dzielić, ale ow Produkt zaraz za termin czwarty liczbom danym proporcjonalny napisać, bo iedno, 1, ani dzielić, ani mnożyć liczb nie może.

Przy-

Przykład czwartý. Biorącemu w Prowizyi
fiecć od sta, pytam ile się należy od 38000?

$$100, 6 :: 38000 \quad 2280.$$

$$1|00 \quad |2280|00| \quad 2280.$$

Przykład piąty. Łaska dwu łokciowa prosto
wbiera w ziemię o godzinie trzeciej z południa, rzu-
ca od siebie cień na łokci 3. Przyległej wieży, o
też samej godzinie cień jest na łokci 300, pytam
ile wieża owa w samej rzeczy ma w sobie łokci?
Terminy zadanych liczb tak układam, Jeżeli cień
trzech łokciowy, jest od wysokości dwu łokciowej,
cień na łokci 300, jaką rzetelną ma wysokość?

$$3. 2 :: 300 \quad 200.$$

$$3. \quad |6,0,0| \quad 200$$

Przykład szósty. Za Miesiący dwa, wydał kto
1900 Złotych, pytam ile wyda za Rok ieden. W
tym Przykładzie Miesiące dwa, y Rok ieden, są ter-
miny różnego gatunku, zacznym przed zaczęciem
operacyi onychże, potrzeba ie wprzód na gatunek
ieden redukować, zamiast, Roku iednego, Miesiący
dwanaście napisałwszy tak:

Miesiący Złotych Miesiący Złotych

$$2. \quad 1900 :: 12. \quad 11400$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 3800 \\ 1900 \end{array}$$

$$2 \quad |2,2,8,0,0| \quad 11400$$

$$\begin{array}{r} 228 \\ 228 \end{array}$$

Toż

Toż zawsze czyni, kiedy terminy na pierwszym, y trzecim miejscu leżące, zamykać w sobie będą różne gatunki rzeczy, to jest redukuy ie wprzod do gatunku jednego.

Przykład siódmy. Za pułtory godziny wyciekło z Antała, Wina dwa garce pytam ile za dzień cały wycieć mogło? W tym Przykładzie *naprzod* pułtory godziny zredukowawszy na kwadrans, mam kwadransów 6, toż dzień zredukowawszy na 24 godzin, a te na kwadrans mam kwadransów 96, y dopiero dane liczby układam następującym sposobem:

<i>Kwadransy</i>	<i>Garce</i>	<i>Kwadransy</i>	<i>Garce</i>
6.	2 ::	96.	32.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 6 \overline{) 192 } 32 \\
 \underline{18} \\
 - 12 \\
 \underline{12} \\
 - -
 \end{array}$$

Jeżeli zaś Produkt z trzeciego terminu zmaltyplikowanego przez drugi, miejscazy będzie od terminu pierwszego, a przeto nie będzie się mógł przezeń dzielić, tedy go wprzod na mniejszy gatunek zredukować potrzeba, y dopiero przez pierwszy termin podzielić. *Naprzykład,* za 20 łokci płotna dałem Talerów bitych pięć, pytam ile łokci jeden kosztuje?

Łokci

Lokci Talerow Łokcieć

20. 5 :: 1.

8

Lokci Złotych Łokci Złotych

2|0. 4|0. :: 1. 2.

Ponieważ iedno pięciu nie multiplikuje, y Talerow pięciu przez 20 dzielić nie mogą, zaczym zredukowawszy wprzod Talery na Złotych czterdzieści mówię iezeli za 20 dałem 40 Złotych, coż dałem za 1? y dochodzę, że 2.

Przeſtęroga. Jeżeli do liczb Całkowitych przymieſają ſię Frakcyje, tedy liczby całkowite redukują ſię wprzod na Frakcyje przyległe, a pod liczbami całkowitemi, przy których Frakcyi nie maſz, podkłada ſię za Denominatora 1, toż Multiplikacya, y Dymizya, ſpoſobem o liczbach łamanych przepiſanym odprawuie ſię. Naprzykład. Za godzinę $1\frac{1}{4}$ ubiegłem mil $2\frac{1}{4}$, pytam ſię ile mil za godzin $6\frac{1}{2}$ ubiegnę.

$$1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{4} :: 6\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4} :: \frac{13}{2} \cdot \frac{28}{4}$$

Demonſtracya, czyli okazanie niezawodnych fundamentow podanych na Regułę Proporcyi, oczywiſte mieć można z Lemma 1 y III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi dane bywają trzy terminy proporcjonalne, do których czwartego, o którym ieſzcze niewiemy dobrać można, zatym idzie, że produkt zmultiplikacyi drugiego, y trzeciego terminu wynikający, rowny bydź powinien produktowi zmultiplikacyi terminu pierwſzego z czwartym ieſzcze

fzcze niewiadomym, podług *Lemma I*, a zatym Produkt z drugiego, y trzeciego terminu, podzieliwszy przez termin pierwszy, czwartego terminu danym trzem terminom proporcjonalnego, doydziemy przez *Lemma III*. Oczywista tedy jest przyczyna, czemu podług wzwyż podaney na Regułę Proporcyi nauki, termin trzeci moltiplikować powinniśmy przez termin drugi, a produkt przez termin pierwszy podzielić.

Sposob na doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyi naywybornieyszy, y naynadnieyszy jest: moltiplikować termin pierwszy przez termin czwarty, a termin trzeci przez drugi, bo jeżeli Produkta, z tey podwoyney moltiplikacyi wynikające będą ze wszystkim sobie równe, znak będzie dobrze odprawioney rachuby. Fundament tego niezawodny jest w *Lemma I*.

PROPOZYCYA II.

O Regule Proporcyi składaney. De Regula Proportionum Composita.

Reguła składaną Proporcyi, *Regula Proportionum Composita*, zowie się ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych w poprzedzającej Proporcyi wyrażonych, kładą się ieszcze inne terminy pośrednicze, które znaczą, czas, zysk, defaltę, y tym podobne okoliczności. Terminy takowe gdy dane będą, Reguły proporcyi odprawić nie można, aż wprzod pośrednicze owe terminy, z terminami pryncypalnemi przez moltiplicacyę złączone nie będą, tak żeby ze wszystkich danych terminow, trzy

K

tylko

tylko terminy pryncypalne do Operacyi wypadły.
Przykłady następujące rzecz tę najlepiey objaśnią.

Przykład pierwszy. Czterech Kawalerow wspólnie żyjących przez dni 10, wydali Czerwonych Złotych 50, pytam ile wydadzą Kawalerow 12 przez dni 30?

W tym Przykładzie liczby znaczące Kawalerow, y pieniądze są terminy pryncypalne, liczby zaś, które znaczą dni są terminy pośrednicze, y następując, ni porządkiem układają się :

$$4 \times 10 \ 50 :: 12 \times 30.$$

Zeby tedy Regulę proporcji odprawić złączyć przez moltiplicacyę *naprzód* Kawalerow 4 a z 10 dniami, masz 40, potym Kawalerow 12 z 30 dniami, masz 360. Teraz zadana kwestyą w trzech terminach następującym wyraż sposobem :

$$40. \ 50 :: 360. \ 450$$

a zmoltiplikowawszy termin drugi przez trzeci, to jest 50×360 , Produkt 18000, podziel przez 40 termin pierwszy, a Wieloraz 450 pokaże ci szofity termin danym pięciu terminom proporcjonalny, to jest że Kawalerow 12 za dni 30, wydadzą Czerwonych Złotych 450.

Przykład drugi. Od 1000 z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie Złotych 40, a od 12000 z prowizyą sześciu od sta wiele płacić potrzeba?

$$1000 \times 4.$$

cerna
a od p
mil 50

Zołnie
579, 0
przez

nie in
dwa

$$1000X4. 40 :: 12000X6?$$

$$4000. 40 :: 72000. 720.$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 4 \overline{) 000 | 28,8,0 | 000 | 720} \\ \underline{28} \\ -- 8 \\ 8 \\ \underline{8} \\ -- 0 \end{array}$$

Przykład trzeci. Od przewiezienia czterech cetnarow towaru za mil 30 zapłaciłem Złotych 30, a od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru, za mil 50, ile zapłacę?

$$4X30. 30 :: 12X50.$$

$$120. 30 :: 600 150$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 12 \overline{) 0 | 18,0,0 | 0 | 150.} \\ \underline{12} \\ -- 60 \\ 60 \\ \underline{60} \\ -- \end{array}$$

Przykład czwarty. Daymy że na płacę dla Żołnierzy 10 przez Miesiąc 1, wychodzi Złotych 579, chcę wiedzieć ile wynidzie dla Żołnierzy 500 przez Miesięcy 12.

$$10X1. 579 :: 500X12.$$

$$10. 579 :: 6000. 347400.$$

Przeestroga I. Składana Reguła Proporcyi, nie innego nie jest, tylko Reguła Proporcyi prosta, dwa razy powtorzona, z tej przyczyny nazywa

się też Reguła Dupli, Reguła podwojona. dla tego, że dwa zadania wraz w sobie zamyka; A przeto składana Reguła Proporcji redukować się może na dwie Reguły proste, z których w pierwszej pominięwszy terminy pośrednicze, a same trzy terminy principalne w proporcję ułożymy, szukamy terminu czwartego. W drugiej kładą się terminy pośrednicze, a w środku tych wynalczony dopiero czwarty termin proporcjonalny; Tak w poprzedzającym Przykładzie mówiąc naprzód iezeli na 10 Żołnierzy wychodzi Złotych 579, ile wynidzie na Żołnierzy 500? wypada 28960, a mówiąc powtore: iezeli za Miesiąc 1 wynidzie 28960, ile wynidzie za Miesiący 12? wychodzi Summa 347400, taż sama, którą przez pierwszą Operacyą wynalazłem.

Przetłoga II. Ta Reguła nazywa się także u niektórych Reguła pięciu, Reguła quincque, że się w niej pęć terminow wiadomych kładzie, dla doyscia szóstego. Doświadczya iey tymże samym sposobem, który w Propozycji poprzedzającej na Regułę Proporcji podany był.

PROPOZYCYA III.

O Regule Proporcji wspak obroconey. De Regula Proportionum Inverta.

W Regułach Proporcji, o których dotąd mówiliśmy, tak się ma zawsze termin pierwszy do drugiego, iak się ma termin trzeci do czwartego, y iezeli termin pierwszy od trzeciego jest większy, ter-

termin drugi równie nad termin czwarty większy byź powinien, albo wzajemnie mniejszy, ieżeli termin pierwszy mniejszy jest, niżeli trzeci. Z samey zaś natury zadanej kwestyi przytrafiać się często zwykło, że im pierwszy termin mniejszy, lub większy jest od trzeciego, tym termin czwarty, którego szukamy, od terminu drugiego mniejszy, lub większy byź powinien, biorąc wspak porządek terminow przez proporcję ułożonych. W tym razie Reguła Proporcji nazywa się wspak obrocona, *Regula Proportionum inversa*, dla zamiatwania porządku terminow, którym w prostej Regule Proporcji układają się.

Reguła ta wiele zatrudniać zwykła, niezupełnie biegłych w rachunkach ludzi, z tey przyczyny, że rozecznąć nie mogą, kiedy prosta Reguła Proporcji, a kiedy Reguła Proporcji wspak obrocona byź ma zażyta.

Ile razy tedy z samey natury zadanego pytania wypada, że im mniejszy, lub większy jest termin pierwszy od trzeciego, tym mniejszy, lub większy byź powinien czwarty od drugiego terminu, tyle razy każdy ma sobie wnosić, że w takowym razie Reguły Proporcji wspak obroconey zażyć potrzeba. Tak na przykład mając zadaną kwestyą: żeńców 20 pożęli pole iedno w dni 4, a żeńców 10, drugie takoweż pole wiele dni żąć będą?

20. 4 :: 10?

W tym Przykładzie iako pierwszy termin 20 większy jest od terminu trzeciego 10, tak termin czwarty wynaleziony większy byź powinien nad

termin drugi 4, bo żeńcow 10, dwa razy dłużey pole owo żać powinni, niżeli go żnie żeńcow 20.

Zaczym na doyscie czwartey liczby proporcjonalney przez Regułę wśpak obroconą, potrzeba *naprzod* pierwszy termin *multiplikować* przez termin drugi, *powtore* Produkt z tey *multiplikacyi* wynikający *podzielić* przez termin trzeci, a za Wiele-raz wypadnie termin czwarty proporcjonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma termin pierwszy do trzeciego terminu. Tak wżadany już przykładzie :

$$20. \quad 4 :: 10. \quad 8.$$

$$\quad \quad \quad 20$$

$$1 \overline{) 0808}$$

Dziesięciu tedy żeńcow ośm dni pole owo żać powinni, które dwudziestu za cztery dni pożeli.

Przykład drugi. W Fortecy oblężoney 1500 Żołnierzom wystarczy prowiantów na Miesiący 3, a przez Miesiący 6, na wielu Żołnierzy też prowianty wystarczyć mogą?

$$3. \quad 1500 :: 6. \quad 750.$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 6 \overline{) 45,000} \quad 750 \\
 \underline{42} \\
 - 30 \\
 \underline{30} \\
 - - 0
 \end{array}$$

W tym Przykładzie rzecz oczywista jest, że im mniej jest Miesiący trzy nad Miesiący sześć, tym mniej

mniey powinno, bydź Ludzi na ktorychby przez sześć Miesiący prowianty wystarczyć mogły, które na Ludzi 1500 przez trzy Miesiące wystarczają, to iest powinno ich bydź 750, połową mniey od 1500, iako trzy Miesiące połową mniey są od Miesiący sześciu.

Przykład trzeci. 6 Pługow orze rolę jednę dni 30. a 10 pługow za wiele dni rż rolę zaorzą? Widzisz y tu, że im więcej iest pługow, tym mniey dni do orania teyże roli potrzebuia, to iest dni tylko 18.

$$6. 30 :: 10. 18.$$

6

$$1 \mid 0 \mid 1,8 \mid 0 \mid 18$$

Demonstracya, niezawodność tey Reguły funduje się na *Lemma II y III.* Bo ponieważ w Regule Proporcyy wśpak obroconey, tak się ma pierwszy termin do trzeciego, iak wzajemnie czwarty do drugiego, idzie zatym podług *Lemma II,* że Produkt terminu pierwszego zmnożonego z drugim, rowny bydź powinien produktowi terminu trzeciego zmnożonego z czwartym. A że produktu któryby miał wyniknąć zmnożeniy terminu trzeciego z czwartym, mam iuż termin ieden, to iest, który na trzecim miejscu kładzie się, zaczym produkt zmnożeniy terminu pierwszego z drugim, rowny produktowi zmnożeniy terminu trzeciego z czwartym, podzieliwszy przez termin trzeci, czwarty termin proporcjonalny koniecznie wyniść powinien.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyy wśpak obroconey, iest bardzo krotkie,

K4

zmul-

zmultiplikowawszy termin pierwszy przez drugi, a trzeci przez czwarty. Jeżeli obadwa produkta są równe, Operacya dobrze poszła.

Przeestroga. Unikając atoli trudności jeżeli iaka w Proporcyi wśpak obroconey zachodzić może, łatwo zamienisz ją w Regułę Proporcyi prostą, kładąc termin, do ktorego przyłączone jest zadanie, na miejscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku na miejscu drugim. Tak w pierwszym przykładzie żencom 10, tak się mają do żencom 20, iak się mają dni 4, do dni 8.

$$10. \quad 20 :: 4. \quad 8.$$

4

$$1 \quad | \quad 0 \quad | \quad 8 \quad | \quad 0 \quad | \quad 8$$

A w Przykładzie drugim, tak się mają Miesiący 6, do Miesiący 3, tak się mają Żołnierzy 1500 do 750.

$$6. \quad 3 :: 1500. \quad 750.$$

3

$$6 \quad | \quad 45,0,0, \quad | \quad 750$$

$$\quad | \quad 42 \quad |$$

- 30

30

-- 0

Podobnież yw Przykładzie trzecim, iak się mają 10 pługow do 6, tak się mieć powinny dni 30, do dni 18.

$$10. \quad 6 :: 30 \quad 18.$$

6

$$1 \quad | \quad 0 \quad | \quad 18 \quad | \quad 0 \quad | \quad 18. \quad \text{PRO-}$$

PROPOZYCYA IV.

Zamykająca w sobie niektóre sposoby do krotkości y snadności w odprawieniu Reguły Proporcyi wielce służące.

I. **G**dy pierwszy termin w Regule Proporcyi prostej spełna zamyka w sobie termin drugi, albowi też w nim spełna mieści się, w ten czas proporcya na najmnieysze terminy redukowana bydź może przez *Prop. II Rozdz. II*, y operacya icky bardzo krotka stanie się. Tak *naprzykład*, za łokci Sukna 5 dałem Złotych 35, ile dam za łokci 30? Zredukowawszy 5, y 35, do najmnieyszych terminow 1 y 7, mow: ieżeli za 1 należy się 7, coż się będzie należało za 30? masz czwarty termin proporcjonalny 210. A w Regule Proporecyi wspak obroconey, ponieważ też sama między pierwszym y trzecim, co między czwartym a drugim terminem zachodzi proporcya, zaczym pierwszy y trzeci termin na najmnieysze terminy zredukowawszy, skrociż sobie operacyą, tak w Przykładzie I, z *Prop. III*, zredukowawszy 20 y 10 na mnicyfze terminy, masz 2 y 1, napisałwszy tedy tak $2. 4 :: 1$, wypadnie ci czwarty termin 8.

II. Dla uniknienia trudności w przydłuższey Dywizyi, podziel termin trzeci przez pierwszy, a przez Wieloraz multiplikuy termin drugi. Albo też podziel termin 2gi przez pierwszy, a przez Wieloraz multiplikuy termin 3ci, 4ty termin proporecyonalny zawsze tenże sam wypadnie, iak gdybyś ordynaryinym sposobem czynił. Tak *np.* 25. 60 :: 100.

Podzieliwszy termin 3ci przez pierwszy, masz Wieloraz 4, przez który zmnożyłszy termin drugi 4. X 60 masz czwarty termin proporcjonalny 240.

III. Jeżeli Frakcyę pierwszemu tylko terminowi iest przyległa *naprzykład* $12 \frac{1}{2} : 4 :: 20?$ zmnożyłszy przez Denominatora 2, tak pierwszy iest 25 y trzeci termin, a wypadną ci trzy terminy proporcjonalne bez Frakcyi 25. 4 :: 40? Jeżeli Frakcyę przyległa będzie drugiemu tylko terminowi *naprzykład* 6. $20 \frac{1}{2} :: 10$, mnożyłszy przez tegoż Denominatora 2, termin pierwszy y drugi, a będziesz miał trzy terminy proporcjonalne bez Frakcyi 18. 61 :: 10? jeżeli Frakcyę z jednakowym Denominatorem, przyległe będą pierwszemu y trzeciemu terminowi, *naprzykład* $3 \frac{1}{2} : 20 :: 10 \frac{1}{2}?$ obydwie te terminy zmnożyłszy przez powszechnego Denominatora 5, masz Regułę bez Frakcyi 17. 20 :: 53? jeżeli nakoniec terminy korespondujące sobie, wyrażone będą samemi Frakcyami, z jednakowym Denominatorem, *naprzykład* $\frac{2}{5} : 20 :: \frac{1}{5}$, zmaszawszy Denominatora wypadną ci terminy proporcjonalne, 2. 20 :: 1? jeżeli zaś Denominatory będą różne, zredukuy wprzód owe Frakcyę do jednego Denominatora, którego po tym zmaszawszy, będziesz miał trzy terminy proporcjonalne bez Frakcyi, tak *naprzykład* $\frac{1}{5} : 5 :: \frac{2}{5}$ zredukowawszy te dwie Frakcyę do jednego Denominatora, przez Prop. III Rozdz. II masz: $\frac{2}{5} : 5 :: \frac{4}{5}$ a zmaszawszy Denominatora powszechnego, będziesz miał Regułę Proporeyi bez Frakcyi wyrażoną sposobem następującym, 3. 5 :: 4? Przyczyny tych y tym podobnych

bnych odmian, każdy wysmienienie pozna, ktokol-
wiek naukę o liczbach łamanych zupełnie zrozumiał.

PROPOZYCYA V.

O Regule Towarzystwa, czyli spółki de Regula Societatis.

Regula Towarzystwa czyli spółki, nic innego nie jest, tylko nauka podająca sposób do podzielenia liczby iakiej na więcej części proporcjonalnych. Zowie się Regula Towarzystwa czyli spółki, że najwięcej używana bywa między ludźmi społeczeństwo handlowe, lub intrat utrzymującemi. W samej rzeczy Regula spółki nic innego nie jest, tylko Regula Proporcji tyle razy powtorzona, na wiele części proporcjonalnych liczbę zadaną dzielić przyjdzie. Co się z następujących jaśnie pokaże Przykładów.

Przykład pierwszy. Trzech Kupców zawarłszy z sobą Towarzystwo handlowe, dali na zysk spólny każdy z swojej strony pewną Summę pieniędzy.

Pierwszy Kupiec A,łożył Taler. bitych 1000
Drugi Kupiec B,łożył Talerów bitych 1500 Trzeci Kupiec C,łożył Talerów bitych 2000.

Pieniędzmi temi handlując Rok cały, zarobili ogółem Talerów bitych 2000. Pytam iaka z tego zysku Summa proporcjonalna do każdego Kapitału, wszystkim przypadnie?

Zbierz *naprzód* w iedną Summę wszystkie Kapitały przez trzech Kupców pojedynczo dane, to jest $1000 + 1500 + 2000 = 4500$: *Powtórz.* Uczyń

tyle

tyle razy Regułę Proporcji, ile jest pojedynczych Kapitałów, w ułożeniu terminów ten tryb zachowując, ażeby za pierwszy termin położona była Summa parcyalnych Kapitałów w jedno zebrana, która tu jest 4500, za drugi termin zysk generalny, który tu jest 2000, za trzeci termin Summa parcyalna każdego Kupcy, a za czwarty termin przy każdej operacji wypadnie ci zysk parcyalny, proporcjonalny Kapitałowi przez każdego z trzech Kupców złożonemu. Czego wszystkiego następujący masz wizerunek:

Kap. gen.	Zysk gener.	Kapit. parcyal.	Zysk parcyal.
4500	2000 ::	1000? A.	444 A. $\frac{1}{3}$.
4500	2000 ::	1500? B.	666 B. $\frac{2}{3}$.
4500	2000 ::	2000? C.	888 C. $\frac{4}{3}$.
			<hr/> 2000.

Przykład drugi. Trzech Braci zakupią wspólnie Majętność czyniącą roczney intraty 70000 Złotych. Pierwszy D, dał na nią 240000, Drugi E, 300000, Trzeci F, 360000, chcą wiedzieć ile roczney intraty każdemu z nich, z owych Dobr przypadnie?

Znowżę naprzód wszystkie parcyalne Kapitały, to jest 240000 + 300000 + 360000 = 900000. To uczyniwszy, Regułę proporcji sposobem wzwyż podanym powtarzam trzy razy:

900000	70000 ::	240000?	18666 $\frac{2}{3}$.
900000	70000 ::	300000?	23333 $\frac{1}{3}$.
900000	70000 ::	360000?	28000
			<hr/> 70000
<i>Przy-</i>			

Przykład trzeci. Dwoch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na Dyamenty 20000 Czerwonych Złotych, drugi 32000, tracą na handlu swoim 15 tysięcy, pytam iaka szkoda każdego Summie ma bydź proporcjonalna.

$$\begin{array}{rclcl} 52000 & 15000 & :: & 26000 & 5769 \frac{12}{100} \\ 52000 & 15000 & :: & 32000 & 9230 \frac{40}{100} \end{array}$$

15000.

Jeżeliby zaś z parcyalnych Kapitałów, owych Kupcow ieden dłużey a drugi krocey był na handlu, w ten czas, tak iak w Regule Proporcyi składaney, potrzeba wprzod Kapitał przez swoy czas multiplikować, a dopiero Produkta dodawszy, czynić sposobem wzwyż podanym. Tak *naprzykład* daymy trzech Kupcow z ktorych ieden łożył na handel 200 Czerwonych Złotych, lecz od lat 3. Drugi łożył 320, lecz od lat 2. Trzeci łożył 500, lecz od Roku tylko. Zysk zaś generalny ztego handlu trzechletniego był na 2000 Czerwonych Złotych, multiplikuię wprzod każdą Summę przez icy lata:

$$\begin{array}{rcl} 200 & \times & 3 = 600 \\ 320 & \times & 2 = 640 \\ 500 & \times & 1 = 500 \end{array}$$

Zebrawszy teraz w iedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740 y Regułę tak układam:

$$\begin{array}{rclcl} 1740 & 2000 & :: & 600? & 689 \frac{114}{100} \\ 1740 & 2000 & :: & 640? & 735 \frac{110}{100} \\ 1740 & 2000 & :: & 500? & 574 \frac{124}{100} \\ \hline & & & & 2000 \end{array}$$

Gdy-

Gdyby zaś Kupców wszystkich Kapitały równe były, lecz czas nierówny, gdyby np. iednego Summa była na handlu Miesiący 12, drugiego Miesiący 7, a trzeciego Miesiący 6, tedy zebrałszy wie-
dnę Summę wszystkie Miesiące $12 + 7 + 6 = 25$
położ ie za pierwszy termin, za drugi zysk general-
ny, a za trzeci Miesiące, przez które każdego Kapi-
tał był na handlu, y powtorz trzy razy Regulę Pro-
porcyi tak:

Jeżeli Miesiący Zysk Czerw. Zł. coż Miesiący			
25	1000 ::	12?	480
25	1000 ::	7?	280
25	1000 ::	6?	240
			<hr/> 1000

Ztąd masz sposób, na dzielenie pieniędzy np. 4000 Talerow bitych, między usług trzech, propor-
cyonalnie do czasu przez który ciż służdy Panu swe-
mu służyli, z których ieden służył lat 7, drugi lat 6,
trzeci lat 12, Pan zaś umierający leguje im zapisem
4000 Talerow bitych, ażeby te w proporcyi do
czasu ich usług podzielone między nich były. Ze-
brałszy albowiem lata wszystkie, których tu jest
25, położ ie za termin pierwszy, Summę legowaną
na nich za termin drugi, a każdego z osobna lata
za termin trzeci, toż trzy razy powtorzywszy Re-
gulę Proporcyi, za czwarty termin wypadnie ci Sum-
ma do lat każdego proporcjonalna, następującym
sposobem.

25.	4000 ::	7.	1120
25.	4000 ::	6.	960
25.	4000 ::	12.	1920
			<hr/> 4000

Pier-

Pierwszy tedy za lat 7 weźmie Talerow bitvch 1120, drugi za lat 6 weźmie Talerow bitvch 960, trzeci za lat 12 weźmie Talerow bitvch 1920.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Towarzystwa iest to: że gdy dodaż wszystkie parcyalne Summy, zysk, lub stracę parcyalną znaczące, Sumina generalna, zyskowi, lub stracie generalney rowna bydź powinna, iako tu na końcu każdego Przykładu widzieć się daie,

PROPOZYCYA VI.

O Regule Wiązania. De Regula Alligationis.

Gdy rzeczy różney między sobą ceny, różnego walurowi wiążemy, czyli mieszamy razem, iako na przykład różne trunki, towary, lub kruszece, a pomieszawszy ie, chcemy doysć sprawiedliwej ceny owej mixtury, częściom rzeczy owych, z których iktada się, proporecyonalney, albo też gdy średnią iakąś cenę założywszy, chcemy wiedzieć ile części każdego z kilku danych towarow, lub trunkow zmieszać potrzeba, ażeby za cenę owę średnią sprzedać ie można, w oboim tym razie zażywamy Reguły, którą Rachmistrze zowią Regułą Wiazania, *Alligationis*. Sposoby do należytego iey odprawienia potrzebne, z samych najlepiej przykładow wydadzą się.

Przykład pierwszy. Miał kto dwoiakiey proby u siebie srebro, iednego grzywna po Złotych 74, drugiego po Złotych 68, pierwszego było grzywien 200, drugiego grzywien 160, dwoiakie to srebro
ftopi.

stopiwszy w iedną masę, pytam po czemu na ow
czas iedna iego grzywna przypadnie?

Mułyplikuy *naprzód* grzywien 200 przez
Złotych 74, potym grzywien 160 przez Złotych
68. Dwa produkta ztąd wynikające z sobą doda-
wszy, Summę generalną pokazującą ci cenę wszyt-
kiego owego srebra podziel przez 360, to iest przez
Summę wszytkich grzywien zebranych, a Wielo-
raz pokaże cenę iedney grzywny dwoiakiego owe-
go srebra zmieszanego, następującym sposobem:

Grzywny Złote

$$200 \times 74 = 14800$$

$$160 \times 68 = 10880$$

360	256,80	71 $\frac{1}{2}$
	252	
	- - 48	
	36	
	12	

Wieloraz tedy $71 \frac{1}{2}$ pokazuie, że zmiesza-
nego owego srebra, grzywna iedna będzie na po-
tym warta Złotych 71, y groszy 10. Bo ieżeli
grzywien 360 warne są Złotych 25680, coż grzy-
wna 1? Podług Reguły Proporcji wypadnie Zło-
tych $71 \frac{1}{2}$.

Przykład drugi. Daymy że korzec pszenicy
i jest po Złotych 12, korzec żyta po Złotych 9, ię-
czmienia po Złotych 6, zmieszawszy razem psze-
nicy korey 7, żyta korey 5, ięczmienia korey 2,
pytam po czemu ieden korzec mixtury owej wypa-
dnie?

Korces

Pfzer
Zyta
Jęczm

Złoty
dług
się Zł
10 t

sposo
wszy
szaw
ceny,
loru.

Wiąz
czy
mixtu
zna.
sob n

dwa
drugi
tylko
cui d
dano,
go w

na ow

Korze Złote

przez
Złotych
doda-
wszyst-
t przez
Wielo-
o owc-
cin:

Pfzenicy	7 X 12 =	84.
Zyta	5 X 9 =	45.
Jęczmienia	2 X 6 =	12.

14

14,1	10 $\frac{1}{14}$
14	

- - I.

Korzec ieden owey mixtury będzie kosztował Złotych 10, y coś więcej nad dwa grosze. Bo podług Reguły Proporcyi jeżeli za korcy 14 należy się Złotych 141, coż za korzec 1? mam Złotych $10\frac{1}{14}$.

$\frac{1}{14}$

zmiesza-
e na po
Bo jeżeli
ż grzy-
nie Zło-

Y te dwa Przykłady dafyć będą na pokazanie sposobu, którym postępować sobie potrzeba w pierwszym rodzaju Reguły Wiązania, to jest, gdy zmieszawszy razem trunki, towary, lub kruszce różnych ceny, chcemy doysć sprawiedliwego części ich walu. Co się zaś tycze drugiego rodzaju Reguły Wiązania, to jest, gdy podług założoney ceny, rzeczy różnych gatunkow mieszać potrzeba, ażeby mixturę z nich zrobioną za cenę owę sprzedać można. Na to następujące przykłady widoczny sposób nam podadzą.

pfzenicy
h 9, ię-
m pfe-
orcy 2,
y wypa-

Korze

Przykład pierwszy. U Winiarza znajduią się dwa gatunki wina, iednego garniec po Złotych 20, drugiego po Złotych 15 jeżeli kto nie daie mu, tylko Złotych 17, a chce żeby mu podług proporcji danych pieniędzy, z oboygą win ieden garniec dano, pytam ile Winiarz ow pierwszego, ile drugiego wina zmieszać powinien, ażeby mu dał garniec

L

wina

wina w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcji?

Na rozwiązanie tego, y temu podobnych zadaniow, masz dwie następujące Reguły.

Reguła pierwsza. Podłóż ceny iednego, y drugiego wina pod sobą, to iest 20, y 15, a z boku na lewey ręce napisz 17 liczbę danych pieniędzy, za które chcesz garniec wina dwoiakię wziąć. To uczyniwszy więz, czyli porównyway osobno przez Subtrakcyę, naprzod cenę większą wina z danemi pieniędzmi, to iest 20, z 17, a 3, przewyżkę *Differentiam* między niemi zachodzącą, położ na prawey stronie przy 15. *Powtore* więz cenę mnieyszą 15 z temiż 17 danemi pieniędzmi, a przewyżkę między niemi zachodzącą, to iest 2, położ na prawey stronie przy 20.

Reguła druga. Zbierz przewyżki w iednę Summę, y Regułę Proporcji powtorz tyle razy, ile iest Przewyżzek, to iest dwa razy w Przykładzie terazniyszym. W ułożeniu zaś Reguł Proporcji za pierwszy termin kładzie się Summa Przewyżzek, która tu iest 5, za drugi termin kładzie się garniec 1, a za trzeci termin każda Przewyżka osobno. Czego następujący masz wizerunek.

Ceny Win Przewyżki

Pieniądze dane 17	20	2
	15	3

Summa Przewyżek 5

$$5. \quad 1 :: 2? \frac{2}{5}.$$

$$5. \quad 1 :: 3? \frac{3}{5}.$$

Tym

Tym sposobem Regułę Proporcji dwa razy powtórzywszy, dla tego, że tylko dwie ceny wina, y dwie przewyżki były, dochodzę na koniec, że z wina które jest po Złotych 20, wzięwizy dwie z pięciu części iednego garca, a z wina, które jest po Złotych 15, wzięwizy trzy z pięciu części iednego garca, będą miał $\frac{5}{5}$, to jest, garniec ieden wina takiego, którego sprawiedliwa cena będzie Zł. 17.

Przykład drugi. Lot frebra iednego jest po Złotych 24, drugiego po Złotych 18, chcę mieć kilka łotow frebra, ale łot ieden po Złotych 20, pytam ile Złotnik z obu gatunkow frebra na ieden łot zmieszać powinien, ażeby ten wart był Złotych 20?

Złote Przewyżki

Dane Złote 20	24	2
	18	4

Summa Przewyżek 6

$$6. \quad 1 :: 2? \frac{2}{3}$$

$$6. \quad - 1 :: 4? \frac{4}{3}$$

Z frebra tedy po Złotych 24, wzięwizy dwie z sześciu, a z frebra po Złotych 18, wzięwizy cztery z sześciu części iednego łota, będzie miał $\frac{8}{6}$ to jest, łot ieden frebra za Złotych 20.

Kiedy zaś nie dwóch, ale więcej rzeczy ceny dane będą, trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione, (z których iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze bydź powinna) y wiązać ie sposobem wzwyż podanym z pieniędzmi danemi, tak żeby każda cena przynajmniey raz wią-

zana była. Chociaż zaś jedną cenę kilka razy we-
zmiesz na wiązanie iey z drugiem, to bynajmniey
nie szkodzi, a zwłazcza w ten czas, kiedy tylko ta
jedna cena nad dane pieniądze jest większa. Niech
będą *naprzykład* cztery gatunki zboża: Pszenicy
korzec po Złotych 14, Żyta po Złotych 11, Ję-
czmienia po Złotych 9, Owsa po Złotych 6, chcę
mieć tych wszystkich gatunkow zboża korzec ieden
za Złotych 10.

Ceny Przewyżski	
Dane Złote 10	14
	11
	9
	6

Summa Przewyżzek	10
10.	1 :: 1? $\frac{1}{10}$
10.	1 :: 4? $\frac{4}{10}$
10.	1 :: 4? $\frac{4}{10}$
10.	1 :: 1? $\frac{1}{10}$

W tym Przykładzie wiążę *naprzód* 14, y 9
ceny Pszenicy y Jęczmienia, z danemi 10 Złotemi,
y mam przewyżski przy 14 iedno 1, przy 9 cztery
4, wiążę *powtore* ceny żyta y owsa, 11, y 6 z dane-
mi 10 Złotemi, y mam Przewyżski 4 przy 11, a 1
przy 6. Toż zebrawszy wszystkie Przewyżski, y
powtorzywszy Regułę Proporcyi cztery razy, do-
chodzę na koniec, że pszenicy iednę z dziesiąciu, ży-
ta cztery z dziesiąciu, jęczmienia cztery z dziesiąciu,
owsa iednę z dziesiąciu części iednego korca wzię-
wszy, mam $\frac{10}{10}$, to iest, korzec ieden tey mixtury,
za Złotych 10.

Przy-

Przykład drugi. Funt Szafranu przedają za Złotych 30, Cynamonu za Złotych 24, Goździkow za Złotych 8, Herbaty za Złotych 14. Dać kto Złotych 25, ażeby mu za nie nic więcej, tylko funt jeden tych wszystkich korzeni przedano, pytam ile z każdego gatunku na ten jeden funt wnieść potrzeba?

Ceny Przewyżski

Dane Złote 25	30	I. 17. II.
	24	5
	8	5
	14	5

Summa Przewyżzek 44

44.	I ::	29?	$\frac{22}{44}$
44.	I ::	5?	$\frac{5}{44}$
44.	I ::	5?	$\frac{5}{44}$
44.	I ::	5?	$\frac{5}{44}$

W tym Przykładzie, że tylko jedna cena, to jest Złotych 30, większa jest nad daną cenę Złotych 25, inne zaś trzy wszystkie są od daney ceny mniejsze, z tej przyczyny cenę 30, biorę z każdą z osobna z trzech cen następujących, 5 wiążę z danemi 25 Złotemi; dla tego Summa Przewyżzek pierwszey cenie 30, na prawey stronie położonych jest największa, to jest 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30, ze wszystkiemi następującemi cenami wiązałem. Powtorzywszy potym cztery razy Regułę Proporcji sposobem wzwyż podanym, dochodzę na koniec, że wzięwszy Szafranu dwadzieścia dziewięć ze czterdziestu czterech, Cynamonu pięć ze czterdziestu

czterech, Goździków pięć ze czterdziestu czterech
Herbary pięć ze czterdziestu czterech części iedne-
go funta, wypadnie $\frac{44}{4}$, to iest funt ieden cały wszyst-
kiego korzenia.

Doświadczenie należycie odprawioney Reguły
Wiązania będziez miał ztąd, iżeli wszystkie części,
z których mixtura składa się, liczbą samą wyrażo-
ne, wyrównaę rzeczy całej, iako to po każdym Przy-
kładzie widzieć się daie,

Okazanie niezawodności funda- mentow na Regułę Wiazania podanych.

Summa Przewyższek, *Differentiarum*, ktorými ce-
ny założone różnią się przez większość lub brak
(*per excessum, vel defectum*,) od liczby średnię da-
ney, tak się ma do całej mixtury, iak się ma każda ośo-
bno Przewyżzka, do każdej części teyże mixtury oso-
bno wziętey. Z tey przyczyny w Regule Wiazania
tyle razy powtarza się Reguła Proporcyi, ile iest
Przewyższek, ktore dla tego kładą się naprzemian,
ażebym brak ceny iedney mógł się nadgrodzić wię-
kzością ceny drugiej.

Przestroga I. Z ostatniego Przykładu rzecz-
oczymiśta iest, że każda cena przynajmniej raz
wiązać, y porównywać się powinna z ceną daną
pośredniczą, tudzież że iedna cena może się wię-
cey razy wiązać, iako to iuż myśley namienido
się.

Prze-

nia t
ko śr
cenar
Podl
tey, l
maig
dośw

O R

R

liczby
kora
guła
Simpl
zanie
fzey
iest
fałszy
Propo

fadze

rozum
łożen

żona
zadar

Przestroga II. *Wiązania* czyli porównywania te mogą się dźiać różnemi sposobami, byle tylko średnią liczbę daną, zamyśle wiążąc z dwoma cenami, jedną większą, drugą mnieyszą od'niej. Podług różnego zaś wiązania, różne wypadną tey, lub owej rzeczy części, w mixture wchodząc maigce. Czego każdy przez własne Przykłady doświadczyć może.

PROPOZYCYA VII.

O *Regule Domniemania*, czyli fałszywego założenia. *Regula Positionis, vel falsi.*

Regula Domniemania, czyli fałszywego założenia. *Regula falsi* jest ta, która przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby na zadanie zupełnie zadośćc uczyniła. Reguła ta jest dwoiaka, jedna proste go domniemania *Simplicis Positionis*, w ktorey jedną prostą na rozwiązanie zadaniow bierzemy liczbę, y o tey w terazniejszy Propozycyi mowić będziemy. Druga Reguła jest dwoiakiiego Domniemania, czyli dwoiakiiego fałszywego założenia, *Duplicis Positionis* o ktorey w *Propozycyi* następującej.

Reguła Proste go Domniemania, na trzech zasadza się fundamentach.

I. Zakładam sobie liczbę, którą zdatną byćdź rozumiem na solwowanie kwestyi, y ta zowie się założenie, *positio*.

II. Miarkuję, y rozirządzam, ieżeli liczba założona taka jest, iakiey mi potrzeba na rozwiązanie zadania uczynionego.

III. Widząc że liczba założona nieczyni zadosyć zadanej kwestyi, układam Regułę Proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. Rzecz tę następujące Przykłady najlepiej objaśnia.

Przykład pierwszy. Pewny umierając legował na trzech Synowców swoich 10000 Złotych, z tą kondycją: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam ile każdy z nich wezmie? Daymy że pierwszy wziął 600, drugi tedy podług zadanej kwestyi wziął 300, a trzeci wziął 100. Uważam teraz jeżeli te wszystkie Summy wyniosą 10000, bo gdyby wyniosły 10000, tym samym zadaniu owemu stałoby się zadosyć. Ale zebrawszy je w jedno, widzę że tylko czynią 1000. Zaczynam dla doyscia prawdziwey liczby, którą wziął pierwszy, układam sobie Regułę Proporcyi, w ktorej za pierwszy termin kładę liczbę, która z fałszywego założenia wypadła, to jest 1000, za drugi termin kładę fałszywe założenie, iakie było w tym razie 600, za trzeci termin piszę liczbę zadaną, to jest 10000, a za czwarty termin powinna wypaść liczba rzetelna, na rozwiązanie uczynionego zadania.

Jak się ma 1000 do 600, tak się powinno mieć 10000 do 6000.

$$1000. 600 :: 10000$$

$$600$$

$$1 \quad | 000 | \quad 6000 | 000 | 6000.$$

Pierwszy tedy wezmie 6000, drugi 3000, a zatyż trzeci 1000, podług kondycyi w uczynionym

nym
ne S
nion

bran
więc
Paw

dług
ieś
12,
byd
uloż

10,
10,
30,
10
dani

wszy
Cen
wszy
mia
wist
częś
won

nym zadaniu założonych, które wszystkie parcyalne Summy dodawszy, maź 10000, a zatym uczynionej kwestyi zupełnie zadosyć się stało.

Przykład drugi. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane, czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwukroć więcej lat nad Pawła, pytam ile lat z nich każdy ma?

Daymy że Piotr ma lat 2, zaczyn Paweł podług założoney kwestyi, ma trzy razy więcej, to jest 6, a Jan dwa razy więcej nad Pawła, ma tedy lat 12, zebrane te wszystkie lata czynią 20, a miało byź ich 100, zaczyn wwyż podanym sposobem ułożywszy Regułę proporcyi.

$$20. 2 :: 100. 10$$

$$100$$

$$2 | 0 \quad | 2,0 | 0 \quad | 10$$

Wypadający czwarty termin proporcjonalny 10, wskazuje mi lata Piotra. Bo jeżeli Piotr ma 10, tedy podług zadanej kwestyi Paweł będzie mieć 30, a zatym Jan 60, które wszystkie lata zebrane 10 + 30 + 60, czynią 100, podług uczynionego zadania.

Przykład trzeci. Pewny Kupiec spytany ileby wszystkie towary jego warte były? odpowiedział: Ceny, którą wszystkie towary moje wynoszą wziąwszy część trzecią, część czwartą, y część piątą, miałbyś Czerwonych Złotych 470. Rzecz oczywista jest, że tu taką Summę znaleźć potrzeba, której część trzecia, część czwartą, y piątą, uczynią Czerwonych Złotych 470.

Położmy tedy za tę Summę, *na przykład* Czerwonych Złotych 60, których część trzecia jest 20, część czwarta jest 15, część piąta jest 12. Zebrawszy teraz te wszystkie części to jest, 20 + 15 + 12, mam 47, lecz te części miały czynić 470. układam tedy Regułę Proporcyi następującym sposobem:

$$47. \quad 60 :: 470. \quad 600$$

y dochodzę, że towary owe wszystkie warte Czerwonych Złotych 600, których trzecia część czyni 200, czwarta 150, piąta 120, a te części dodane, razem czynią Czerwonych Złotych 470.

Przykład czwarty. W pewnym Młynie są cztery kamienie, z których pierwszy miele za godzinę korcy pięć, drugi korcy cztery, trzeci korcy dwa, czwarty korzec jeden, pytam ile godzin potrzeba, ażeby te wszystkie kamienie zmieleły korcy 820?

Daymy że potrzeba godzin 5, za te pięć godzin pierwszy kamień zmiele korcy 25, drugi korcy 20, trzeci korcy 10, czwarty korcy 5. Zbieram teraz te wszystkie korce, które wynoszą korcy 60, ale mnie potrzeba korcy 820. Układam tedy Regułę Proporcyi następującym sposobem, jeżeli korcy 60 kamienie owe mielą za godzin 5 :: ile godzin potrzeba do zmielenia korcy 820?

Korcy

Korcy Godzin Korcy Godzin

60. 5 :: 820. 68 $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 6 \mid 0 \quad \overline{41,0 \mid 0} \quad 68 \frac{1}{3} \\
 \quad \quad \underline{36} \quad \quad \\
 \quad \quad - 50 \\
 \quad \quad \underline{48} \\
 \quad \quad - 2
 \end{array}$$

na korcy tedy 820, potrzeba będzie godzin 68, y minut 20.

Demonstracya. W Regule Domniemania iak się ma liczba z fałszywego założenia wynikająca, do liczby fałszywie założoney, tak się powinna mieć liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym grunt Reguły Domniemania zależy iedynie na porządnym ułożeniu w Proporcya, terminow fałszywego założenia, ażeby za położeniem terminu rzetelnego na trzecim mieyscu, na czwarty termin mogło wypaść rzetelne, y trzeciemu terminowi proporcjonalne założenie.

PROPOZYCYA VIII.

O Regule dwoiakiego fałszywego założenia. De Regula Duplicis Positionis.

Reguła dwoiakiego założenia, przez założenie dwóch fałszywych liczb odprawnie się, y wiele ułatwia kwestyi, ktorych przez iedno proste założenie rozwiązać nie można, przeciwnie zaś, wszystkie zadania z prostego założenia, przez dwoiakie założenie z równą siadnością rozwiązać można. Na

kto-

których zaś kwestyi rozwiązanie koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, informacya o tym w *Przestrodze* I dana będzie.

Reguły dwoiakiego założenia cztery są fundamenta.

I. Weś za Summę, ktorey szukasz iakąkolwiek liczbę, która się zowie założenie, *Positio*, y roztrząśniony ją, jeżeli zadana kwestya ułatwić może; ktorey gdy nieczyni zadosyć, błąd w założeniu teyże liczby popełniony napisz na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą różnicą: że jeżeli błąd ow jest popełniony przez większe założenie, *per excessum*, nad Summę ktorey szukasz, powinienes go pisać przy owym założeniu ze znakiem Addycyi + a jeżeli błąd ow jest popełniony, przez mnieysze założenie *per defectum* nad summę ktorey szukasz, powinienes go pisać przy owym założeniu ze znakiem Subtrakcyi —, z których znakow pierwszy + znaczy większość, drugi — znaczy brak.

II. Weś powtore za drugie założenie inną liczbę od pierwszej liczby założoney większą, lub mnieyszą, podług upodobania, a roztrząsnawszy ją tymże samym, co pierwszą, sposobem, jeżeli y ta zadancy kwestyi nie czyni zadosyć, napisz przy niej rownie, iak przy pierwszej błąd, ze znakiem większości +, lub ze znakiem braku —, iak ci wypadnie. Jeżeli obydwa błędy popełnione są przez większość, albo gdy obydwa popełnione są przez brak, zowią się błędy podobne, *Errores similes*. Jeżeli zaś ieden błąd jest przez większość, a drugi przez brak, to jest ieden ze znakiem +, drugi ze znakiem —, zowią się błędy niepodobne *Dissimiles*.

III.

III. Gdy błędy są sobie podobne, multiplikuy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, y wzajemnie założenie drugie multiplikuy przez błąd założenia pierwszego; Toż zachodzącą między temi dwoma Produktami przewyżkę, *Differentiam*, podzieliwszy przez przewyżkę zachodzącą między błędami, za Wieloraz wypadnie Summa rzetelna, której szukasz.

IV. Jeże'li zaś błędy są sobie niepodobne *diffimiles*, tedy Produkta obydwu w iedną Summę zebrane, podziel przez błędy obydwu w iedną Summę zniezione, a Wieloraz wskaże Summę rzetelną dotąd nie wiadomą. Fundamentow tych na Regułę dwoiakiego założenia podanych, masz widoczny dowód w następujących Przykładach.

Przykład pierwszy. Trzech Kawalerow zyskali przy grze Czerwonych Złotych 47, lecz zią różnicę; że drugi wygrał pięcioma więcej nad pierwszego, a trzeci wygrał tyle, ile drugi, y nad to jeszcze Czerwonych Złotych 10, pytam ile każdy z nich zyskał?

Daymy że pierwszy zyskał Czerwonych Złotych 4, drugi tedy podług zadaney kwestyi zyskał Czerwonych Złotych 9, a z tym trzeci Czerwonych Złotych 19. Znoszę teraz te wszystkie parcyalne zyski, to iest $4 + 9 + 19$, y mam Czerwonych Złotych 32. Lecz ich powinno było być 47, błąd tedy w uczynionym założeniu popełniony iest przez brak *per defectum*, od Summy rzetelney na 15. Zaczynamy te 15 ze znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia pierwszego 4 to iest: *Założenie 4, Błąd — 15.*

Za-

Zakładam tedy powtornie inną liczbę na ułatwienie zadancy kwestyi, mniemając *naprzykład*, że pierwszy z owych Kawalerow zyskał Czerwonych Złotych 7, drugi tedy podług zadancy kwestyi zyskał 12, a zatym trzeci zyskał 22. Znoszę teraz te parcyalne zyski, to jest $7 + 12 + 22$, które wraz zebrane, czynią Czerwonych Złotych 41.

Tym czasem miało ich być 47, błąd tedy y tu w założeniu 7 popełniony jest przez brak *per defectum* od rzetelney Summy na Czerwonych Złotych 6. Zaczynam y te 6 znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia drugiego 7, to jest: *Założenie 7, Błąd — 6*.

A że w tey operacyi obydwie błędy są sobie podobne *Errores similes*, bo obydwie w założeniu popełnione przez brak, czyli przez mniejszość od rzetelney Summy, zaczynam podług informacyi daney w Punkcie III tey Propozycyi, multiplikuję założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, to jest $4 \times 6 = 24$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $7 \times 15 = 105$, z ktorey multiplikacyi dwa wynikające produkta mniejszy od większego odejmam, to jest $105 - 24$, y mam zachodzącą między temi Produktami Przewyszkę, *Differentiam* 81, którą podzieliwszy przez 9, to jest przez Przewyszkę zachodzącą między dwoma błędami, (bo $15 - 6 = 9$) mam wypadający Wieloraz 9, który pokazuje, że pierwszy Kawaler zyskał Czerwonych Złotych 9, drugi tedy zyskał Czerwonych Złotych 14, a zatym trzeci 24, które trzy zyski parcyalne dodawszy, to jest $9 + 14 + 24$, mam Czerwonych

won
założ
stępu

z błę

z błę

P
przez

wiele
połow
lozof
nie, a
szym
kich U

wa ich
część

40 =
ich m
przez

ktory

wonych Złotych 47, iaka Summa w daney kwestyi założona była. Całey tey operacyi masz krotki następuiący wizerunek.

Pierwsze założenie 4, Błąd — 15

Drugie założenie 7, Błąd — 6

Przemysła Błędow 9.

Produkt założenia pierwszego

z błędem założenia drugiego $4 \times 6 = 24$

Produkt założenia drugiego

z błędem założenia pierwszego $7 \times 15 = 105$

Przemysła Produktom 81.

Podzielenie Przemysła Produktom, Wieloraz przez Przemysłą Błędow $9 | 81 | 9$.

Przykład drugi. Pytagoras Filozof spytany wieleby miał Uczniow swoich? odpowiedział; że połowa ich uczy się Geometrii, czwarta część Filozofii, siódma część pięcioletnie zachowuje milczenie, a procz tego ma trzech innych szczególniejszym sposobem sobie zaleconych, pytam ile wszystkich Uczniow owych było?

Daymy że Uczniow owych było 280. Połowa ich tedy będzie 140, czwarta część 70, siódma część 40.

Zbieram te wszystkie części to jest $140 + 70 + 40 = 250$. do których dodawsz 3, mam 253. Lecz ich miało być 280, błąd tedy popełniłem — 27 przez brak od Summy założoney.

Daymy powtórę że Uczniow owych było 112, których połowa będzie 57, czwarta część 28, siódma

dma 16. Te wszystkie części wraz zebrane, to jest $56 + 28 + 16$, czynią 100, a przydawszy 3, czynią 103, lecz ich miało być 112, błąd tedy y tu popełniłem — 9 przez brak od Summy założoney, a ponieważ błędy są sobie podobne, to jest obydwa przez mnieyłość, zaczynam zmnożywszy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to jest $280 \times 9 = 2520$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $112 \times 27 = 3024$, odciągając produkt mniejszy 2520, od produktu większego 3024, a przewyżkę między nimi zachodzącą 504 dzielę przez 18, to jest przez przewyżkę między błędami 27 — 9 zachodzącą, z której Dywizyi Wieloraz 28 wskazuje owych Uczniów Pitagorela liczbę. Bo 28 połowa jest 14, czwarta część 7, siódma część 4, które wszystkie części dane $14 + 7 + 4$, czynią 25, a przydawszy 3, czynią 28.

Założenie pierwsze 280, Błąd — 27

Założenie drugie 112, Błąd — 9

Przewyżska Błędów 18

*Produkt założenia pierwszego z
błędem założenia drugiego $280 \times 9 = 2520$*

*Produkt założenia drugiego z błę-
dem założenia pierwszego $112 \times 27 = 3024$*

Przewyżska między Produktami 504

*Podzielenie Przewyżski Produktów Wieloraz
przez Przewyżskę Błędów 18 | 504 | 28.*

*Przykład trzeci. Pewny spoyrzawszy na kie-
skę przyjaciela swego, rzecze mu: zdacie mi się że*

w tej

w tej
mu dr
tyle d
byś m
ny Zł
między

ktory
tą czę
wony
 $12 + 1$
to by
większ

40, d
część
bydź
szosć

znaki
błąd d
macy
knie
nia dr
gie pr
 $= 36$
 $432 +$
dow,
pieni
tych

w tej kieszce masz 100 Czerwonych Złotych, ktoru drugi odpowiedział, mylisz się, ale gdybym miał tyle dwie co mam, y czwartą część tego, y gdybyś mi jeszcze z twoich pieniędzy przydał Czerwony Złoty 1, w ten czas dopiero Summa moich pieniędzy wyniosłaby Czerwonych Złotych 100.

Daymy że miał Czerwonych Złotych 48, do których przydawszy drugie tyle, to jest 48, y czwartą część tego, to jest 12, y procz tego jeszcze Czerwony Złoty 1, mam wszystkich ogółem $48 + 48 + 12 + 1$, Czerwonych Złotych 109. Lecz ich miało być 100, błąd tedy popełniony jest przez większe założenie nad Summę zadaną $+ 9$.

Daymy powtore że miał Czerwonych Złotych 40, do których przydawszy drugie 40, y czwartą część 10, y 1, mam wszystkich 91, miało ich zaś być 100, błąd tedy w założeniu stał się przez mniejszość nad Summę rzetelną — 9.

W tym Przykładzie, że błędy wypadły przez znaki przeciwne, bo błąd pierwszy ze znakiem $+$, a błąd drugi ze znakiem —. Zaczynam podług informacyi danej w Punkcie IV tej Propozycyi, multiplikuję naprzód założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to jest $48 \times 9 = 432$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $40 \times 9 = 360$. Toż Summę z tych Produktów zebraną $432 + 360 = 792$, podzieliwszy przez Summę błędów, to jest przez 18, Wieloraz 44 pokazuje, że pieniędzy owych w kieszce było Czerwonych Złotych 44, do których przydawszy drugie tyle, to jest

M 44,

44, y czwartą część 11, y procz tego 1, mam 100
Summę w zadanej kwestyi wyrażoną.

Pierwsze założenie 48. Błąd + 9

Drugie założenie 40, Błąd - 9

Summa Błędów, 18.

Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego $48 \times 9 = 432$

Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwszego $40 \times 9 = 360$

Summa Produktów 792

Podzielenie Summy Produktów Wieloraz przez Summę Błędów $18 \mid 792 \mid 44$.

Przykład czwarty. W pewney Fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie, y Niemcy. Liczba Francuzow wziętych w raz z Szwaycarami czyniła

Liczba Szwaycarow z Niemcami - - - 5000

A Liczba Francuzow z Niemcami - - - 7000.

Pytam ile z każdego Narodu Żołnierzy było, tudzież

ile było wszystkich wraz wziętych?

Daymy że Francuzow było - - - 1600

Szwaycarow tedy powinno było być - - - 3400

A Niemcow - - - - - 3600.

Francuzi więc z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami, czynią 7000, y dotąd kondycjom zadanej kwestyi stało się zadość.

Ale Francuzi z Niemcami: czynią tylko 5200, powinni zaś byli czynić 6000. Błąd tedy stał się w założeniu na 800, przez mniejszość od Summy potrzebney, to jest - 800.

Biorę

Biorę tedy na drugie założenie Francuzow 1800, toć Szwaycarow powinno być 3200, a Niemcow 3800. W tym drugim założeniu, Francuzi z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami czynią 7000, ale Francuzi z Niemcami czynią tylko 5600, a powinni byli czynić 6000. Błąd tedy y tu popełniony jest na 400 przez mniejszość od Summy założoney, to jest — 400.

A że błędy obydwa są sobie podobne przez brak od Summy potrzebney. Zaczynam zmnożawszy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego $1800 \times 800 = 1440000$. Przewyżbę 800000 (bo $1440000 - 640000 = 800000$) dzielę przez 400, to jest przez Przewyżbkę zachodzącą między błędami (bo $800 - 400 = 400$ a Wieloraz 2000 pokazuje liczbę Francuzow. Jeżeli tedy Francuzow było 2000, toć Szwaycarow musiałoby być 3000, a Niemcow 4000, a zatym podług zadanej kwestyi Francuzi z Szwaycarami $2000 + 3000 = 5000$, Szwaycarowie z Niemcami $3000 + 4000 = 7000$, Francuzi z Niemcami $2000 + 4000 = 6000$.

Wszyscy zaś wraz wzięci Francuzi Szwaycarowie y Niemcy, czynią 9000.

Założenie pierwsze 1600 Błąd — 800

Założenie drugie 1800 Błąd — 400

Przewyżbka Błędow 400

Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$

Produkt założen. drugiego z błędem założenia pierwszego $1800 \times 800 = 1440000$

Przemyska między Produktem 800000

Podzielenie Przemyski Prod. przez Wieloraz
Przemyskę Błędow $4 | 00 | 8,000 | 00 | 2000.$

Przestroga I. Która zaś kwestya przez iedno proste założenie ułatwiona być nie może, ale na rozwiązanie iey koniecznie dwoiakięgo założenia potrzeba, następującym sposobem naley lepiej poznać. Ilekolwiek do zadanej kwestyi przyłączona iest, iaka pewna, y determinowana liczba, którą do fałszywego założenia przydać potrzeba, tyle razy Reguła dwoiakięgo założenia być ma użyta. Tak w Przykładzie pierwszym iey Propozycyi liczby 5, y 10, które do uczynionęgo założenia przydać potrzeba, wskazują że kwestya owa przez Regułę dwoiakięgo założenia rozwiązana być powinna, w Przykładzie drugim Uczniow 3, w Przykładzie trzecim Czerwony Złoty 1, w Przykładzie czwartym Francuzow z Szwaycarami, Szwaycarow z Niemcami, y Niemcow z Francuzami determinowana liczba, Regułę dwoiakięgo założenia znaczą.

Nie przeczę że są niektóre kwestye, które y w tym razie przez Regułę prostęgo założenia rozwiązać można, iaka iest kwestya y w Przykładzie drugim o Uczniach Pytagorejsowych zadana, z tym wszystkim y między temi reszcie kwestyami
rożne

rożne zakładać excepcye, za rzecz mniej potrzebną sądzę, iedną powszechną między niemi ustanowimy różnicę, od ktorey przez partykularne uchylając się excepcye, nie zawsze moglibyśmy się błędowi ustrzedz.

Przelstroga II. Na to zaś w Regułach prostego, y dwoiakiego założenia, względ najwiękssy mieć potrzeba, ażeby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, ktoreby były do ułatwienia uczynioney kwestyi nayszadatniejszye, y spełna na rożne części, dzielić się mogące, bez Frakcyi. Inaczej albowiem trudności, y zamiatwania w Operacyach uchronićbyśmy się nie mogli. Procz tego potrzeba dobierać na pierwsze założenia liczb iak najmniejszyich można, czym w multiplikacyi, w znoszeniu, y w dymizyi, niemało sobie trudności oszczędzimy.

Przelstroga III. Demonstracyą Reguł na dwoiakie założenie podanych naywłaściwszą mieć można z Algebry. Inne zaś Demonstracye, ktore Rachmistrze z kąd inąd alleguią, są nader długie, y zamiatwane, ktore tu zatym pomijam.

PROPOZYCYA IX.

Danym dwom liczbom, trzecią liczbę proporcjonalną wynaleść.

Multiplikuy drugą liczbę przez siebie samę, czyli (co iedno jest,) zrob z niey Kwadrat, a Produkt z tey multiplikacyi wypadaiący podzieliwszy przez liczbę pierwszą, za Wieloraz wyniknie trzecia

M3

cia

cia liczba, danym dwom liczbom proporcjonalna. Niech będą *na przykład* dane dwie liczby 2, 8, do których trzeciej liczby proporcjonalnej szukam. Mnożę 2 na 8 a produkt 64, podzielę przez 2 mam 32, trzeci termin proporcjonalny gdyż $\div 2 \cdot 8 = 32$, bo iako 2 w 8, tak 8 w 32, cztery razy spełna mieści się. Fundament tego masz w *Lemna I.*

Prześlroga. Jeżeli dane dwie liczby będą między sobą pierwsze numeri inter se primi, to jest, jeżeli jeden w drugim spełna kilkakroć brać się nie może, tedy trzecia liczba proporcjonalna, nie w samej liczbie całkowitej, ale z przyłączoną Frakcją wypadnie. Tak dajmy dwie liczby 2, 5, znajdę przez tę Propozycję trzecią liczbę proporcjonalną $12\frac{1}{2}$, to jest $\div 2 \cdot 5 = 12\frac{1}{2}$.

PROPOZYCYA X.

Miedzy dwiema danemi liczbami, średnią liczbę proporcjonalną wynaleść.

Sśrednia liczba proporcjonalna między dwiema danemi liczbami nazywa się ta, która tak się ma do jednej z liczb danych, iako wzajemnie druga z liczb danych ma się do niej, tak: żeby obydwie dane liczby były po kraich, a liczba wynaleziona we środku między niemi znajdowała się, a zatyż raz została była iako *Consequens* względem liczby pierwszej, drugi raz iako *Antecedens* względem liczby trzeciej

Niech będą dane dwie liczby 4 y 16, między którymi szukam liczby średniej proporcjonalnej.

Mul-

Mużytkuj te dwie dane liczby między sobą, a z Produktu wyciągnij Siano Kwadratową, ta będzie oraz średnim terminem między danymi dwoma liczbami proporcjonalnym. Tak $4 \times 16 = 64$, z tych 64 wyciągnąwszy Siano Kwadratową 8, ta będzie między 4 y 16, średnim terminem proporcjonalnym to jest $\frac{4}{8} = \frac{8}{16}$, bo iako 4. 8. tak 8. 16. Fundament tego maż w Lemma I.

Przeestroga I. Jeżeli Produkt danych dwóch liczb nie jest rzetelny Kwadrat, ani Siano Kwadratowe prawdziwe wyciągnąć z niego nie można bez reszty, tedy między takimi liczbami średniej liczby proporcjonalnej znaleźć żadną miarą nie można. Bo dajmy na przykład 2. 5, będzie tedy $2 \times 5 = 10$, a $10 = 3\frac{1}{2}$ przez Propozycją II Rozdziału III, a zatym byłoby w Proporcji ciągnionej — 2. $3\frac{1}{2}$. 5, co jest fałsz. Bo zredukowawszy te wszystkie liczby do iednego Denominatora przez Propozycją III Rozdziału II, będzie $\frac{2}{1} : \frac{7}{2} : \frac{5}{1}$, a przez Punkt III Propozycji IV Rozdziału IV, 12. 19. 30, które terminy żadną miarą między sobą proporcjonalne być nie mogą.

Przeestroga II. Ze zaś każdy Kwadrat można brać, niży multiplikowany przez iedno 1, zatym idzie, że Siano Kwadratowe jest średnią liczbą proporcjonalną między iednym, y swoim własnym Kwadratem, tak 4 Siano Kwadratowe 16, jest średnia liczba proporcjonalna między 1, y 16, a zatym $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$, są względem siebie w Proporcji ciągnionej. Bo 1. 4 :: 4. 16.

PROPOZYCYA XI.

*Miedzy dwoma danemi liczbami, dwie liczby
średnie proporcjonalne wynaleść.*

Kwadrat pierwszey liczby daney multiplykuy przez liczbę drugą, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna, pokaże pierwszą średnią liczbę proporcjonalną. Podobnież Kwadrat drugiey liczby multiplykuy przez pierwszą liczbę daną, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna pokaże drugą średnią liczbę proporcjonalną. Tak chcąc znaleźć między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy średnie proporcjonalne, *naprzód* 4 Kwadrat z 2 multiplykuy przez 16, a z Produktu 64 wyciągnawszy Scianę Sześciograną 4, ta iest pierwszą średnią liczbą proporcjonalną, *powtore* 256 Kwadrat z 16 drugiey liczby daney, multiplykuy przez 2, a z Produktu 512 wyciągnawszy Scianę Sześciograną 8, ta iest drugą średnią liczbą proporcjonalną między 2 y 16. A zatym 2, 4, 8, 16, mają między sobą proporcję ciągłą, gdyż iak się mają 2 do 4, tak się mają 4 do 8, a iak się mają 4 do 8, tak się mają 8 do 16.

Przestroga. Jeżeli z Produktu Kwadratu iedney liczby multiplykowanego przez liczbę drugą, Sciany Sześciogranney bez Frakcyi wyciągnąć nie można, tedy między takimi liczbami średnie liczby proporcjonalne żadną miarą wynalezione być nie mogą, iako się w Przestrodze I po Propozycyi poprzedzającej powiedziało.

PRO-

PROPOZYCYA XII.

W ktorey czyni się zadość niektórym potrzebnym Zadaniom przez Reguły Arytmetyczne w tym Rozdziale podane.

ZADANIE I. Piotr winnym będąc Janowi 3432 Złotych, ustępuje mu Kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800 Złotych, pytam wiele lat Jan Kamienicę owę w długu swoim wytrzymować powinien?

Ułoż Regułę Proporcyi następującym sposobem, jeżeli za Złotych 800 Kamienicę owa nabyć się na Rok jeden, a za Złotych 3432 na wiele lat naięta będzie? 800. $1 :: 3432. 4\frac{1}{100}$. Czwartym termin wypadającym pokazuje że na lat 4 y dwadzieścia dziewięć ze stu części piątego Roku, co czyni dni około 105.

ZADANIE II. Kupiec słożył Czerwonych Złotych 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na Kapitale swoim Czerwonych Złotych 80, pytam za jaką cenę łokieć jeden przedawać powinien?

Złącz zysk założony 80 z pieniędzmi słożonymi na towar $80 + 500 = 580$, a porym ułoż Regułę Proporcyi tak: Jeżeli za łokci 400 chcę mieć Czerwonych Złotych 580, coż będę miał za łokieć 1? y wypadnie coś więcej nad pułtora Czerwonego Złotego:

$$400. 580 :: 1. 1\frac{1}{10}$$

ZADANIE III. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czerwonych Złotych 9072, za który był zapłacił

M 5 Czer-

Czerwonych Złotych 8400, pytam ile na każdym
śtu zyskał?

Ułoż Regułę Proporcji tak: jeżeli 8400 wnio-
sły 9072, coż wniosło każde 100? y wypada za
czwarty termin proporcjonalny 108. Na każdym
tedy śtu zyskał Czerwonych Złotych 8:

$$8400. 9072 :: 100. 108.$$

ZADANIE IV. Jan ma wypłacić Pawłowi w
lat trzy Czerwonych Złotych 660, to jest na Rok
każdy Czerwonych Złotych 220. Z tym wszyst-
kim Summę tę ofiaruję się natych miaś kredytoro-
wi oddać, jeżeliby mu 10 na każdym 100 relaxo-
wał; pytam ile wypłacić będzie powinien?

Przyłącz zysk 10 do 100 = 110, a Regułę
Proporcji powtarzając trzy razy, (ile jest lat)
mów: *naprzód* jeżeli 110 zamienia się w 100, czy-
li przez *Propozycję* IV *tego Rozdziału*, jeżeli 11
zamienia się w 10 w coż się zamienia pierwsze-
go Roku 220, y masz 200. *Powtorc.* Jeżeli 11 za-
mienia się w 10, w coż się zamienia drugiego Ro-
ku 200? y masz $181\frac{2}{11}$. *Potrzecic.* Jeżeli 11 za-
mienia się w 10, w coż się zamienia trzeciego Ro-
ku $181\frac{2}{11}$? y masz $165\frac{2}{11}$. Zbierz teraz wszyst-
kie trzy, które wypadły czwarte terminy proporcjo-
nalne, to jest $200 + 181\frac{2}{11} + 165\frac{2}{11}$, a te pokażę
Summę Czerwonych Złotych $547\frac{4}{11}$, którąby
podług założoney kondycyi Jan Pawłowi powinien
wypłacić.

Przełstroga I. *Pomnij że w tej y w innych*
tego rodzaju kwestyach, nie można mówić, ieże-
li 100 zamienia się w 90, w coż się zamienia
 $220?$

220? ale potrzeba koniecznie dodać zysk 10 do 100, gdyż w tym razie o nic więcej nie idzie, tylko o zniesienie promizy. Z tej przyczyny też promizy 10 dodaje się do Kapitału 100, ażebyśmy mieli 110 pierwszy termin Reguły złotej.

ZADANIE V. Bierze kto na kredyt Czerwonych Złotych 500 z prowizją 10 od 100 na Rok, z tą kondycją; że jeżeli nie wypłaci coroczney prowizyi ta będzie wchodzić w Kapitał, z nową od niego y od Kapitału razem prowizją. Stało się że przez całe trzy lata nie niewypłacił, pytam się ile mu Kapitału owego razem z prowizją od prowizyi urosło?

Przyłącz 10 do 100, masz 110, toż przez Regułę Proporcji mów: *naprzód* jeżeli za Czerwonych Złotych 100, należy się Czerwonych Złotych 110, czyli jeżeli za 10 należy się 11, coż za 500? y masz 550, to jest 500 Kapitału, 50 Prowizyi. *Powtorc.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 550? y masz 605. *Potrzenie.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 605? masz $665\frac{1}{2}$ Summę, którą za Kapitał, za prowizją od Kapitału, y za prowizją od prowizyi, po trzech latach wypłacić potrzeba będzie.

Ztąd wniesiesz że Kapitał dany, iaki tu jest 500, y Summy następujące przez Regułę Proporcji wynalezione, są względem siebie w Proporcji ciągnięney, tak: $500. 550. 605. 665\frac{1}{2}$, gdyż między wszystkiemi też sama zachodzi Proporcya, co między 10, y 11.

Prze-

Przeſtroga II. *Promiſſya o ktorey w tym oſtatnim Zadaniu mowa była, rzeczona lichwa od lichwy, czyli lichwa żydowska, Prawem ieſt zakazana.*

ROZDZIAŁ VI.

O Progreſſyach, czyli ſkokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

De Progreſſionibus Arithmeticis & Geometricis.

Progreſſya czyli ſkok w liczbach nie innego nie ieſt, tylko nieprzerwany ſzereg liczb wielu, w iedneyże do ſiebie będących proporcyi, y tenże ſam wzgląd do ſiebie mających. Jeżeli więkſzość, lub mnieyſzość, *exceſſus vel defectus*, ktoremi ſię terminy ciągnących ſię liczb, wiążą między ſobą, będą też ſame, równe, y iednoſtayne, iako na przykład 1, 3, 5, 7, 9, gdzie każdy termin naſtępujący dwoma ieſt więkſzy nad poprzedzający ſwoy termin, albowi też 15, 12, 9, 6, 3, gdzie każdy termin naſtępujący trzema ieſt mnieyſzy od terminu poprzedzającego, tedy Progreſſya takowa zowie ſię ſkokiem, czyli Progreſſyą Arytmetyczną, *Progreſſio Arithmetica*. Jeżeli zaś terminy owe, mają między ſobą ciągniącą Proporcją Geometryczną, tak iak ſię w poprzedzającym Rozdziale powiedziało, tedy wzgląd ten między niemi nazywa ſię ſkokiem, czyli Progreſſyą Geometryczną, *Progreſſio Geometrica*.

Regu-

każdey
cey z
ich m
krzon
iedną

tryczn
czna c
żone,
mniey
międz
dząca,
y nay
12, 8
termin
międz
ktore
y nay
kroć i
tylekr
metry

OŚ
tmetr

LEN
k
minov

Reguły obydwu tych Progreſſyi, z których o
 każdey z oſobna mowić będziemy, do tego naywię-
 cey zmierzaią, ażeby wſzystkich, ilekolwiek bydź
 ich może terminow ſzereg, krotko y bez naprzy-
 krzoney w przydłuższych Rachunkach tęſkniey, w
 iedną Summę żnoſić umieliſmy.

Oprocz Proporcyi Arytmetyczney y Geome-
 tryczney ieſzcze trzecia Proporcya Harmoni-
 czna czyli muzyczna, kiedy trzy terminy tak ſą uło-
 żone, ażeby iak ſię ma termin naywiększy do nay-
 mnieyſzego, tak ſię miała przewyſzka (*differentia*)
 między terminem naywiększym y ſrzednim zacho-
 dząca, do przewyſzki między terminem ſrzednim
 y naymnieyſzym będącey, iako *np.* w trzech liczbach:
 12, 8, 6, iak ſię ma 12, termin naywiększy do 6,
 terminu naymnieyſzego, tak ſię ma 4, przewyſzka
 między terminem naywiększym y ſrzednim do 2,
 które ſą przewyſzką między terminem ſrzednim
 y naymnieyſzym. Wiedzieć zaś potrzeba że ile-
 kroć ieſt wzmianka proporcyi bez doſżenia iakiey?
 tylekroć rozumieć zawſze potrzeba proporcya Geo-
 metryczną.

O Skokach czyli Progreſſyach Ary-
tmetycznych. De Progreſſionibus
Arithmetiſis.

L E M M A T A.

LEMMA I. W Progreſſyi Arytmetyczney z ilu-
 kolwiek terminow ikladaiącey ſię, Summa ter-
 minow krainnych, to ieſt zebranie w iedną kwotę
 pier-

pierwszego y ostatniego terminu, równa się Summie dwóch terminow, od tychże krain równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach Progresyji Arytmetyczney

$$1, 3, 5, 7, 9, 11,$$

$$1 + 11 = 3 + 9 = 12,$$

$$1 + 11 = 5 + 7 = 12.$$

LEMMA II. W Progresyji Arytmetyczney, w ktorey terminy nie są do pary, Summa krainnych terminow, albo dwóch ktorychkolwiek terminow, równie od krain swoich odległych, dwa razy większa jest nad termin średni. Tak w następującej Progresyji

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,$$

Summy 1 a 13, 3 a 11, 5 a 9, zawsze dwukroć są większe od 7, liczby w samym środku danej Progresyji będącej.

LEMMA III. W każdej Progresyji Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty zamyka w sobie, termin pierwszy to jest, termin najmniejszy, y przewyżkę, która między terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującej Progresyji.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11;$$

Termin czwarty tej Progresyji 7, zamyka w sobie pierwszy termin 1, y przewyżkę 2, która w tym razie między terminami zachodzi, trzy razy wziętą, tak: $7 = 1 + 2 + 2 + 2 = 7$. Podobnymże sposobem 9, termin piąty, zamyka w sobie pierwszy termin 1 y przewyżkę 2 cztery razy wziętą,

bó 9

bo 9
szol
wyfz
† 2 =

dzy to
dzają
procz
pierw
termi
Przyk
wfyz
go 5,
fzy te
w ow

Gdy
jest p
czn

Złac
m
kich
Summ
kie ud
pierw
row ie

bo $9 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$, równie y 11 termin
szofły, zamyka w sobie termin pierwszy 1, y prze-
wyżkę 2 pięć razy wziętą bo $11 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2$
 $+ 2 = 11$.

Ztąd wnieś, że jeżeli przez przewyżkę mię-
dzy terminami w Progresyji Arytmetyczney zacho-
dzącą, zmultiplikujesz liczbę terminow wszystkich
procz pierwszego, a do Produktu dodasz termin
pierwszy najmniejszy, tedy wypadnie największy
termin w owej Progresyji. Tak w poprzedzającym
Przykładzie przez przewyżkę 2, zmultiplikowa-
wszy liczbę terminow których jest procz pierwsze-
go 5, a do produktu dodawszy pierwszy najmniey-
szy termin 1, będzieś miał 11, termin największy
w owej Progresyji, bo $2 \times 5 = 10$, a $10 + 1 = 11$.

PROPOZYCYA I.

*Gdy dane będą, najmniejszy y największy, to
jest pierwszy y ostatni w Progresyji Arymetry-
czney terminy, y liczba wszystkich terminow,
znaleść wszystkich owych terminow
Summę generalną.*

Złącz termin najmniejszy z największym, a Sum-
mę zmultiplikowawszy przez połowę wszyst-
kich terminow, Produkt ztąd wynikający pokaże
Summę generalną całej owej progresyji.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszyst-
kie uderzenia godzin na Zegarze, zaczawszy od
pierwszej aż do dwunastej, w którym biciu zega-
row jest Progresyja Arytmetyczna liczb naturalnym
porząd-

porządkiem idących 1, 2, 3, 4, 5, &c. W tey Progreſſyi najmniejszy termin ieſt 1, naywiększy 12, wſzyſtkich terminow Progreſſyi ieſt także 12. Zatem podług Reguły wyżej podaney, najmniejszy termin 1, złączywſzy z naywiększym terminem 12, mam 13, którą Summę zmnożył awſzy przez połowę terminow wſzyſtkich, to ieſt przez 6, 13×6 , produkt 78, wkażuie wſzyſtkie uderzenia godzin na zegarze od pierwſzey, aż do dwunastej, Produkt ten 78 podwoi wſzy, mam uderzenia na zegarze przez cały dzień naturalny $78 \times 2 = 156$.

Reguła ta gruntuie ſię na Lemma I, przez które, że Summa terminow kraynych rowna ieſt którymkolwiek dwom terminom od tychże krayn równie odległym, z tey przyczyny, Produkt z pierwſzego y oſtatniego terminu, przez połowę terminow zmnożył awſzy, koniecznie rowny bydź muſi Summie wſzyſtkich terminow w progreſſyi będących, mnożenie albowiem nie innego nie ieſt, tylko Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wnieſ, że ieſzcze Summę całej Progreſſyi Arytmetyczney będzieſz miał, naprzód ieżeli przez połowę Summy z pierwſzego y oſtatniego terminu zebraney, liczbę wſzyſtkich terminow zmnożył awſzy. *Powtore.* Jeżeli Summę pierwſzego y oſtatniego terminu, przez całą liczbę terminow zmnożył awſzy produkt, podzieliſz przez 2. *Potrzebie.* A że w Progreſſyi Arytmetyczney terminow nieparzystych, termin ſrzedni rowny ieſt połowie Summy z pierwſzego y z oſtatniego terminu znieſionej, podług

podług *Lemma II*, ztąd idzie, że przez termin średni zmnożyłszy liczbę terminów nieparzystych, produkt da Summę wszystkich terminów *Progressyi*.

PROPOZYCYA II.

Gdy dane będą, termin najmniejszy y największy, y liczba terminów w Progressyi Arytmetyczney, znaleźć przewyżkę, między terminami owej Progressyi.

Od największego terminu odejmij termin najmniejszy, a resztę podzielisz przez liczbę terminów jednym zmniejszoną, Wieloraz wskaże przewyżkę między terminami *progressyi*. Tak w *Przykładzie z poprzedzającej Propozycji*, o uderzeniach zegaru od pierwszej do dwunastej, od największego terminu 12, odejmij termin najmniejszy 1, a resztę 11 podzielisz przez liczbę terminów jednym zmniejszoną, to jest przez $12 - 1 = 11$, Wieloraz 1, pokazuje przewyżkę w *progressyi* tej zachodzącą, to jest: że każdy następujący termin od terminu poprzedzającego jednym, jest większy.

Fundament tej prawdy gruntuje się na *Lemma III*. Bo 12 zamyka w sobie najmniejszy termin 1, y prócz tego przewyżkę tyle razy wziętą, ile jest terminów w *progressyi*, zaczawszy od 1, aż do 12, to jest 11, z ztym odejmiesz termin najmniejszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminów *progressyi*, zmniejszonych jednym 1, z tej przyczyny resztę owę podzielisz

przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, przewyższka między terminami zachodząca wypaść powinna.

PROPOZYCYA III.

Gdy dane będą, termin najmniejszy, przewyższka, y liczba terminom, znaleźć termin największy.

Przez przewyżskę multiplikuy daną liczbę terminow iednym zmniejszoną, a do produktu dodawsz termin najmniejszy, Summa ztąd wynikaćca będzie największym terminem.

Przykład. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu Miała wziętą, każe dzielić między 40 Żołnierzy, ktorzy pierwsi wpadli do Fortecy, ztą kondycyą: ażeby ostatni wziął Czerwonych Złotych 100, przed ostatni 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progressyi z przewyżską 30, pytam ile pierwszemu z nich przypadło? W tym Przykładzie najmniejszy termin iest 100, przewyższka 30, liczba terminow 40, zmultiplikowawszy tedy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to iest przez 39 przewyżskę 30, a do produktu 1170, przydawszy termin najmniejszy 100, masz w progressyi tej, termin największy 1270, ile Czerwonych Złotych pierwszemu z owych 40 Żołnierzy w nadgrodcę dostało się. Fundament tego masz w Lemna III.



PRO-

PROPOZYCYA IV.

Gdy dane będą, termin najmniejszy, y termin największy, y przewyszka między terminami, znaleźć liczbę wszystkich terminow w progressyi Arytmetyczney.

Od terminu największego odciągnij termin najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez przewyszkę, Wieloraz iednym powiększony liczbę wszystkich terminow pokaże.

Przykład pierwszy. Zakupił kto pewną liczbę Xiąg tak: że za pierwszą Xięgę płacił groszy 2, za drugą groszy 4, za trzecią groszy 6, y tak daley w progressyi przez 2 rosnącey, za ostatnią zapłacił groszy 400, pytam ile Xiąg zakupił? Odciągnij najmniejszy termin 2, od terminu największego 400, a resztę 398 podzieliwszy przez przewyszkę 2, wypada Wieloraz 199, który powiększywszy iednym masz 200 liczbę wszystkich terminow, to jest Xiążek ktorey szukacś.

Przykład drugi. Pewny Rzemieślnik zgodził się od roboty tak: żeby mu od niey pierwszego dnia płacono groszy 20, drugiego groszy 25, trzeciego groszy 30, y tak daley w progressyi przez przewyszkę 5 rosnącey. Stało się, że dnia ostatniego skończywszy robotę wziął groszy 165; pytam ile dni na owey robocie strawił? Odciągnij termin najmniejszy 20, od terminu największego 165, a resztę podzieliwszy przez przewyszkę 5, y do Wieloraza 29, przydawszy 1, masz 30 liczbę terminow,

czyli dni na owey robocie strawionych. Fundament tey Propozycyi masz z Lemma III.

O skokach czyli Progressyach Geometrycznych, De Progressionibus Geometricis.

LEMMA IV. W każdey Progressyi Geometryczney, jeżeli którykolwiek termin przez siebie samego zmultiplikowany będzie, a produkt podzielony, przez pierwszy termin progressyi, Wieloraz ztąd wynikający, będzie terminem dwa razy daley odległym od terminu pierwszego, niżeli termin ow przez siebie samego zmultiplikowany. Tak w następującej Progressyi Geometryczney :

2, 4, 8, 16, 32.

termin trzeci 8, zmultiplikowawszy przez siebie, a produkt 64 podzieliwszy przez pierwszy termin 2, masz Wieloraz 32, który termin dwakroć odleglejszy jest od terminu pierwszego 2, niżeli termin 8 przez siebie zmultiplikowany. Wszakże od 2 do 8 dwa, a od 2 do 32 cztery miejsca zachodzą. Bo termin 32, jest trzeci termin proporcjonalny do dwóch terminow 2 y 8 przez *Propozycyę* X, Rodz. IV. A zatyim 32, tyle razy zamyka w sobie 8 (to jest dwa razy termin pośredniczy 16) ile razy 8 zamyka w sobie 2, (to jest dwa razy termin pośredniczy 4.) Więc że 32 tyle odległe jest od 8, ile 8 odległe jest od terminu pierwszego 2, to jest miejscami dwoma, przeto 32 dwa razy tylu miejscami odległe jest od pierwszego terminu 2, ilu miejsca-

mi 8, raz odległe jest, od tychże 2, terminu pierwszego.

Zgadźcie, że jeżeli pod każdą Progresyją Geometryczną napisane będą liczby porządkiem naturalnym, zaczynając od Cyfry, tak : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. tedy każdy w progresyi owej termin, który wypada z podzielenia przez termin pierwszy, produktu zmultiplikacyi ktoregokolwiek terminu przez siebie samego, będzie miał pod sobą numer dwakroć większy od numeru, pod terminem przez siebie zmultiplikowanym, leżącego. Tak w wyrażoney wzwyż Progresyi Geometryczney, napisawszy pod każdą progresyją liczby naturalne, zaczynając od Cyfry :

2, 4, 8, 16, 32.

0, 1, 2, 3, 4.

termin ostatni 32, ma pod sobą figurę 4, dwakroć większą nad 2, pod ósmią leżące.

Numery te pod terminami Progresyi Geometryczney położone, które zowią się Wskazujące, *Exponentes, vel indices progressionis*, wskazują, iak daleko każdy termin odległy jest, od terminu pierwszego. Wskazują zaś miejsce, czyli liczbę terminow progresyi iednym zmniejszoną. Tak 32, ktorych *Exponens* jest 4, są piątym terminem w progresyi. Co proszę pomnieć.

LEMMA V. W każdej Progresyi Geometryczney, jeżeli dwa iakiegokolwiek terminy z sobą zmultiplikowane będą, a produkt podzielony przez pierwszy termin progresyi, za Wieloraz wypadnie termin, tylu miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności, zamykają w sobie *Exponentes*,

N 3

oby-

obydwa terminow moltiplikowanych, razem wzięte. Tak w następującej progressyi:

5, 10, 20, 40, 80, 160 &c.

0, 1, 2, 3, 4, 5.

moltiplikując z sobą dwa ktorekolwiek terminy *up.* 10X40, a produkt 400 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz na Wieloraz termin 80, który w tey progressyi czterema miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako to wskazują *Exponentes* moltiplikowanych przez się terminow $1 + 3 = 4$.

Ztąd wniesć, że do wynalezienia ktoregokolwiek w danej progressyi terminu, potrzeba między sobą dwa terminy w owej progressyi takie moltiplikować, których *Exponentes* wraz wzięte zamykająby w sobie tyle iedności, *unitates*, iednym zmniejszonych, ile ich zawiera liczba, w ktorej termin ma być, ktorego szukasz, a produkt ztąd wynikający podzieliwszy przez termin pierwszy, Wieloraz będzie owym terminem, ktorego szukasz. Tak w danej wyżej progressyi, szukając terminu szóstego, pod którym ma być *Exponens* 5, moltiplikuy 20 przez 40, pod ktoremi *Exponentes* będące, czynią 5, toż produkt 800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz 160 termin szósty w danej Progressyi.



PROPOZYCYA V.

*Gdy dane będą, termin :aymniejszy, y naywięk-
 szy, y Denominator (*) teyże Progressyi Geo-
 metryczney, znaleźć ile wynosi generalna
 wszystkich owych terminow wraz
 zebranych.*

Od terminu naywiększego odciągnij termin nay-
 mniejszy, a resztę podzieliwszy przez Deno-
 minatora Progressyi iednym zmniejszonego, Wie-
 loraz złącz z terminem ostatnim, a te na ow czas
 wszystkich terminow w progressyi owej będących
 Summę pokażą.

Przykład. Ustępuje kto konia przyjacielowi
 ukowanego na cztery nogi, ztą tylko kondycyą,
 aby mu zapłacił same ufnale, ktorych znayduie się
 w podkowach 32, a to w ten sposób: ażeby za pier-
 wszy ufnal zapłacił grosz 1, za drugi groszy 2, za
 trzeci groszy 4, za czwarty groszy 8, y tak daley
 zawsze w podwoyney proporcyi Geometryczney,
 pytam iaka iest Summa groszy za wszystkie ufnale
 w tey progressyi zapłaconych?

Za ufnal ostatni, to iest 32, w progressyi przy-
 pada groszy 2147483648, od tego ostatniego ter-
 minu w progressyi odciągnij termin pierwszy 1, a
 resztę 2147483647 podzieliwszy przez Denomi-
 natora progressyi iednym zmniejszonego, to iest
 przez 2 — 1, że 1 liczb nie dzieli, masz za Wielo-

N 4

raz

(*) Denominator Progressyi, iest to, po czym poznaie-
 my wgląd proporeyi między liczbami w progressyi
 owej będącemi, zachodzący, to iest: czyli propor-
 cya iest podwoyna, czy potroyna, &c.

raz też samę Summę 2147482647. do ktorey przy-
dawtzy ostatni termin w progressyi, to iest Sum-
mę groszy za ufnal ostatni przypadającą, wypadnie
 $2147482647 + 2147473648 = 4294967295$,
Summa groszy za wszystkie ufnale należących się,
ktorą podzieliwszy przez 30, będziesz miał cenę
owego konia Złotych Polskich 143165576, y gro-
szy 15.

Demonstracya. W każdej Progressyi Geome-
tryczney, iak się ma Denominator progressyi iednym
zmniejszyzony, do iednego, tak się ma naywiększy
termin, naymniejszy terminem zmniejszyzony, do
Summy ze wszystkich terminow w progressyi zebranych,
wyjąwszy tenże sam termin ostatni. Tak da-
wizy *naprzykład* następującą Progressyą Geometry-
czną w proporcyi potroyney, *in proportionem tripla*
3, 9, 27, 81, 243, będzie się miał Denominator 3,
zmniejszyzony iednym, do 1, to iest, 2. 1, iak się ma
termin naywiększy zmniejszyzony terminem nay-
mniejszym, to iest $243 - 3 = 240$, do casy Sum-
my progressyi, wyjąwszy tenże sam ostatni termin
to iest, do $3 + 9 + 27 + 81 = 120$

$$2. 1 :: 240. 120.$$

a zatym podzieliwszy 240 przez 2, masz 120; do
tych 120 dodawsz ostatni termin 243, masz 363,
Summę wszystkich terminow w owej progressyi
będących, $120 + 243 = 363$.

Przetłoga I. Progressyi podwoynoy zaczy-
najacey się, od iednego 1, krotszym sposobem ca-
łą Summę znadziesz, podwoimwszy ostatni ter-
min, a od produktu odcimwszy 1. Tak w Przy-
kładzie

kładzie pierwszym tej Propozycji, podwoy ostatni termin 2147483648 , a od produktu 4294967296 , odcigniesz 1 , masz 4294967295 , też samę Summę, co y przedtym. Przyczyna tego oczywista jest: bo Denominator iednym zmniejszony jest 1 , które dzielić liczb nie może. Zaczyn do Wielorazę dodać w tym razie, ostatni termin nie innego nie jest, tylko wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Prześtroga II. Z Progressyi podwoynę czyniącey się od $1, 1.2.4.8.16.32$. &c. wynikają liczby, rzeczone liczby doskonałe, numeri perfecti, dla tego, że wszystkim swoim częścicom, spełna podzielić ie mogącym, są równe, iako $6.28.496$ &c. Wynikają zaś tym sposobem, naprzód, dodają się porządkiem terminy podwoynę Progressyi, poki aż ich Summa nie uczyni liczby pierwszej, numerum primam, to jest, liczby takiej, ktorey nie na równe części, procz iednego 1 podzielić nie może, to jest $1+2=3, 1+2+4=7, 1+2+4+8+16=31$. Powtorę. Liczba ta pierwsza, naprzykład 3 , albo 7 , albo 31 multiplikuje się przez liczbę na jakim końcu dodaną, a dopiero z produktu ich wynika liczba doskonała, numerus perfectus. Jako w danym Przykładzie $3 \times 2 = 6, 7 \times 4 = 28, 31 \times 16 = 496$. Tymże sposobem y inne liczby doskonałe stają się, ktorych bardzo mało jest, iako, y innych w naturze rzeczy, ktoreby się zupełnie doskonałemi nazwać mogły. Bo biorąc do dziesiątka, taka liczba jest tylko iedna 6 , biorąc do stę, 28 , biorąc do tysiąca, 496 , do dziesięciu tysięcy 8128 . Wszystkie, zaś liczby takowe kończą się na 6 lub na 8 . N 5 PRO-

PROPOZYCYA VI.

Gdy danych będzie kilka terminom Progressyi Geometryczney, znaleźć, którykolwiek inny termin następujący w teyże progressyi, nie dochodząc nawet terminow średnich między nim, a danemi terminami zachodzących.

Niech będą dane na przykład następujące terminy w Progressyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

w ktorey progressyi chcę znaleźć termin dwudziesty, *Exponens* iego będzie 19, to jest liczba jednym mnieysza od liczb progressyi, przez *Lemma IV*. Biorę teraz którykolwiek termin tey progressyi, na przykład 80, położony na miejscu piątym, a od miejsca pierwszego odległy czterema miejscami, róż zmnożyłszy go przez się, to jest 80×80 , Produkt 6400 dzielę przez pierwszy termin 5, Wieloraz 1280, dwa razy od terminu pierwszego odleglejszym będzie, niżeli 80, to jest ośmiu miejscami, y będzie położony na miejscu dziewiątym, a *Exponens* iego będzie 8, przez *Lemma IV*.

Wes znowu, dopiero wynaleziony termin dziewiąty 1280, y mnożyłszy go przezeń samego, to jest 1280×1280 , a produkt 1638400, podzieliwszy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 327680 będzie terminem w teyże samey progressyi dwa razy odleglejszym od terminu pierwszego, niżeli termin dawniey wynaleziony 1280, to jest szesnastu miejscami, y będzie położony na miejscu siedemnastym,

termin
umego,
dzieli-
27680
wa ra-
eli ter-
fnastu
dmna-
ym,

udzie-
ednym
na IV.
yi, na
a, a od
scami,
Xgo,
y, Wie-
go od-
eyscat-
tym, a

termin
umego,
dzieli-
27680
wa ra-
eli ter-
efnastu
dmna-
ym,

*Zamykająca w sobie kilka ciekawych z Progres-
syi Geometryczney Zadaniów.*

27680
wa ra-
eli ter-
efnastu
dmna-
ym,

Progresſya Geometryczna w tym razie ieſt ſe-
tna. Zaczym pierwszego Roku byłoby ziarn 100,
drugiego 10000, trzeciego Roku 1000000, y tak
daley w progresſyi przez 10 roſnącey. Znaydziy
przez *Prop. poprzedz.* dziesiąty termin w tej progres-
ſyi, to ieſt 100000000000000000000, a odcią-
gna-

gnąwszy od niego termin pierwszy 100, resztę po-
dzielił przez Denominatora Progresyji, iednym
zmniejszonego, to jest przez 99. Toż do Wie-
loraza z tey dywizyi wynikającego, dodawszy osta-
tni termin, będzieś miał wszystkich ziarn przez Prop.
V. Summę następującą:

101010101010101010100,

które ziarna, jeżeli ieden kowcz, będzie ich brał w
siebie 5000000, uczynią kowcy 20202020202020,
ktorychby całej Polski nieobięły Szpichlerze.

ZADANIE II. Pan mający coroczney intra-
ty milion Złotych Polskich, chce arendować iedne-
mu z Przyjaciół swoich wszystkie dobra, pod tą kon-
dycyą, ażeby mu corocznie w iednym tylko Miesią-
cu wypłacił, pierwszego dnia grosz 1, drugiego gro-
szy 2, trzeciego groszy 4, czwartego groszy 8, y tak
daley postępując zawsze w progresyji podwoyney
Geometryczney, pytam ile wyniesie Summa którą-
by za cały Miesiąc potrzeba wypłacić?

Znajdźmy przez Propozycyą poprzedz. tey po-
dwoyney progresyji termin trzydziesty, który jest:
536870912, który podwoy, a od Summy podwo-
ionej odciąwszy iedno 1, masz groszy wszystkich
1073741823 przez Prześtrogę I Prop. V, które
zredukowawszy na Złote, masz Summę Złotych
35791394.

ZADANIE III. Pewny Kawaler wzięwszy w
Sukcesyji po Oycu swoim Wsi 50, sprzedał je z tą
kondycyą: ażeby mu za pierwszą dano Taler bity
1, za drugą 2, Talery bite, za trzecią 4, za czwar-
tą 8,

tę 8, y tak daley, zawsze w progressyi podwoyney, chcę wiedzieć, ile Talerow bitych za te wszystkie Wsi daćby potrzeba?

Na termin pięćdziesiąty tej progressyi przypadnie cena Wsi ostatniej Tal. bit. 562949953421312. Summę tę podwoiłszy, a od podwoionej odciąwszy termin pierwszy 1, masz Summę wszystkich Talerow bitych 1,125,899,906, 842,623, to jest: tysiąc sto dwadzieścia pięć Bilionow, osm set dziewięćdziesiąt dziewięć tysięcy Millionow, dziewięć set, sześć Milionow, osm set czterdzieści dwa Tysiące, sześć set dwadzieścia, y trzy Talerow bitych, iakiey Summy, naypotężniejszy na świecie Monarcha zapłacićby niepotrafił:

ZADANIE IV. Scheramus Krol Indyi, pewnemu Indyńczykowi imieniem Dahir, który wynalazł grę Szachow, dał na wybor obrania sobie iakiey chce nadgrody. Ow o nic więcej nie prosił, tylko ażeby mu jedno ziarno Pszenicy na pierwszym Kwadracie w Szachownicy położone, w Proporceyi Geometryczney podwoyney na każdy Kwadrat dawano, aż do ostatniego, to jest do 64. Kwadratu. Bardzo mała rzecz owa zdała się bydź Krolowi, lecz gdy Arytmetycy w rachunki Pszenicy owey weszli, pokazało się, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele Pszenicy znaleźć się nie może, to jest: 18,446,744,073,709,551,615. Doświadczenie tej prawdy masz z *Propozycji V y VI, tego Rozdziału.*

PROPOZYCYA VIII.

*Miedzy danemi liczbami wszystkie Kombinacye
wynalesc.*

Kombinacya u Arytmetykow w ten czas dzieie się gdy zadanemi kilka, lub kilkunastą liczbami dochodzimy ile razy te po dwie, po trzy, po cztery, po pięć &c. z sobą łączone być mogą, to jest ile z nich ambow, ternow, kwaternow &c. wypaść powinno.

I. Niechay więc danych będzie ośm rzeczy iakich czyli liter Alfabetu a, b, c, d, e, f, g, h, chcę nayprzod wiedzieć ile kroć po dwie łączyć się mogą, czyli ile ambow z nich wypadnie. Na doyscie tego ułoż dwie progressye Arytmetyczne, z tylu terminow, ile mnieysza liczba 2 która się zowie Denominatorem Kombinacyi iedności w sobie zamyka, to jest z terminow dwuch a to w sposob następujący, gdzie pod literą A mieści się Progressya Denominatora a pod literą B, Progressya ośmiu liter danych. Potym terminy kaźdey Progressyi osobno zmnożywszy wypadnie ci $2 \times 1 = 2$ y znowu $7 \times 8 = 56$, a produkt większy 56 podzieliwszy przez produkt mnieyszy 2 wypadnie ci 28 to jest liczba oznaczająca wielość ambow z danych ośmiu liter złożoyé się mogących. Masz tego wzor y w następującey danych ośmiu liter Kombinacyi.

A	B
2	8
1	7
2	56
	28

ab ac ad ae af ag ah:
 bc bd be bf bg bh
 cd ce cf cg ch
 de df dg dh
 ef eg eh
 fg fh
 gh.

II. Chcę wiedzieć powtore ile Kombinacyi po-
 troynych, czyli ile ternow z tychże ośmiu Alfabetu
 Liter być może, na co znowu tak iak wyżej dwie
 progressy Arytmetyczne w trzech ter-
 minach układam pod Literami C y D
 zamknięte w sposób tu położony. A
 produkt większy 336 podzieliwszy
 przez produkt mniejszy 6, Wieloraz
 56, wskaże mi wielość terminow.

C	D
—	—
3	8
2	7
1	6
6	336

Podobnym sposobem wszystkich kwaternow,
 kwinow, fenow &c. doysć każdemu snadno będzie.

Wniosek. Ztąd nieomylnie doysć można, ile
 w grze Loterya nazwaney gdzie zaczawszy od 1
 liczby aż do 90 porządkiem naturalnym na kar-
 tach lub gałkach są spisane, y za każdym skrzyn-
 ki otwarciem pięć wspomienionych kartek lub ga-
 łek losem wyciągnionych bywa, ile mówię w tej
 grze ambow, ile ternow, ile kwaternow &c.
 zamyka się; to jest ambow 4005 ternow 117489
 kwaternow 2555190, kwinow 43949268 y dla
 tego w takowey grze natrafienie na zamowioną
 liczbę y nadzieia wygraney bardzo jest niepe-
 wna.

P R O.

PROPOZYCYA IX.

Danych liczb rzeczy, wszystkie mogące się stać przemiany wynaleść (permutationes.)

Przemiana od Kombinacyi tym różni się że przez Kombinacyą gdy dane będą pewne liczby dochodzą ile razy one po dwie, po trzy, po cztery &c. brane być mogą tak iako się w Prop. poprzedz. pokazało. Przez przemianę zaś uczyemy się ile razy też rzeczy lub liczby dane zamienić się między sobą mogą tak ażeby wszystkie razem brane były a zawsze w innym porządku.

Na doyscie tego weź tyle liczb w porządku naturalnym ile jest rzeczy danych *np.* gdy dane będą liter pięć a, b, c, d, e, weś także pięć liczb porządkowych 1 2 3 4 5 które wszystkie między sobą zmnożywszy, produkt z tey mnożyci wyjdzie da ci liczbę przemian między danemi rzeczami zayść mogących, tak iako widzisz pod literami A. B. Bo gdy dane będą na przemian tylko dwie litery a, b, te dwa razy zamienić się mogą, gdy każda z nich raz pierwsze drugi raz drugie miejsce trzymać będzie. Jeżeli zaś danych będzie na przemian liter trzy a, b, c. Między temi sześć razy zaydzie zamiana, każda bowiem z nich może raz na pierwszym miejscu być położona, a tym czasem dwie drugie dwa razy się zamienić. Bo gdy c ostatnie miejsce trzyma w ten czas a, y b, mogą się zamienić dwakroć. Zkąd wypadną dwie zamiany

abc

A	B
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e

120

abc bac y znówu gdy b ostatnie mieysce trzyma w ten czas a, y c, dwakroć także zamienione być mogą, więc powtórnie dwie nowe staną się zamiany acb, cab. Na koniec gdy a na ostatnim mieyscu położone będzie, to znówu b y c dwa razy zamienia się, a tak potrzebie dwie zamiany wypadną bca cba, kładę tu porządkiem tych trzech liter abc przemiany.

abc acb bca

- bac cab cba

Tymże sposobem okazać można że z liter czterech abcd będzie przemian 24, a z liter pięciu przemian 120.

Wniosek I. Na tym fundamencie wiadomy ow Łaciński wiersz na Honor Matki Boskiej.

Tot tibi sint laudes Virgo quot sidera caelo,
Składający się z ośmiu tylko słów może mieć przemian 46320.

Wniosek II. Ztąd także doysć można, ile z danego iakiego słowa anagrammatow być może, czyli ile razy litery danego słowa, innym porządkiem wypadną; Tak z tego słowa Roma przemian być może 24 iakie są amor, mora, maro, ramo, armo, &c. Co niegdys dla zepsutego w naukach gustu ludzie uczeni lubili.

PROPOZYCYA X.

Niektóre zadania mogące być ułatwionemi przez regułę przemiany per regulam permutationum.

Zadanie pierwsze: 12 Osob do iednego stołu chodzą tak że codzień każdy na innym mieyscu siada,

O

siada,

fiada, pytam ile lat potrzeba ażeby wszystkie mogące zayść między niemi przemiany odbyli? Produkt liczb $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 = 479001600$ wskaże ci liczbę przemian którą podzieliwszy przez dni 365, będziesz miał Summę lat $1312333 \frac{1}{3}$.

ZADANIE II. Uczyniwszy wszystkie 24 liter Alfabetu przemiany, pytam się ile lat potrzeba będzie na opisanie ich, chociażby tyliąc pifarzow było z ktorych każdy codziennie napisałby kart 40 a na każdej karcie zmieściłoby się takowych przemian 50.

Znaydzy przez Propozycyą poprzedzającą, liczbę wszystkich przemian która będzie = podług Taqueta, 620448401733239439360000 . Potym zmnożywszy $40 \times 50 \times 1000$ Produkt 2000000 okaże ci liczbę przemian które codziennie napisane być mogą. Ten zmnożony przez 365 dni Roku daie przemian $730,000,000$; na Rok napisanych, przez które całą liczbę przemian podzieliwszy masz lat $849929317442794 \frac{1}{3}$, któreby potrzebne na to były &c.

ROZDZIAŁ VII.

O Rachunkach Chronologicznych.

Chronologia jest wymiar czasu z porównaniem lat w które znakomite jakie dzieła na świecie zaszły. Wszystkie zaś narody rozmiar czasow u siebie do obrotow Niebieskich naywięcej Słońca y
Mic-

Miesiąca stosować zwykły. Więc w doysciui ich na tym fundament cały polega, ażeby wymiar peryodyczny czasu, w który też obroty odprawiają się, był nam doskonale wiadomy; a tak zniesienie onychże y porównanie z sobą łatwo uczynić będziemy mogli; tudzież ażebyśmy zupełne zaznanie mieli terminow chronologicznych y ich natury. Więc znaczniejszy z nich nayprzod tu położyć y dokładnie opisać za rzecz potrzebną ośledziem.

Definicje.

I. Okrąg czyli Peryod *Cyclos* iest pewna lat liczba koleją wracająca. Trzy nayznakomitsze są cykle czyli okręgi; Okrąg słońca, Okrąg Xiężycy y poczet Rzymski *Indictio Romana*.

II. Okrąg Słońca *Cyclos solaris* iest przeciąg lat dwudziestu ośmiu, za których wyściem litery Niedzielne A, B, C, D, E, F, G, w każdym Kalendarzu znajdujące się, tymże samym porządkiem iak przedtym y na też same dni w tygodniu przypadają.

III. Okrąg Xiężycy *Cyclos Lunaris* czyli złota liczba iest przeciąg lat 19, pío których Nowie Xiężycy na też same dni wychodzą. Zowie się *złotą liczbą*, *Aureus Numerus*; ponieważ wśrzed Rynku Ateńskiego złotemi charakterami corocznie była wypisywana dla oznaczenia Nowiow w każdym Miesiącu.

IV. Poczet, *Indictio* iest przeciąg lat 15 koleją chodzący, przy których skończeniu w całym Państwie Rzymskim nowy podatek płacono na Żołnierzy którzy 15 lat w Woysku wysłużyli; Zaraz po

śmierci Konstantyna, to jest, od Roku 312 po Narodzeniu Chrystusa Pana też indykcyja u Greków y Rzymian przeięta była, z tą jednak różnicą, że Indykcyja Rzymska od dnia 1. Stycznia, a Grecka od dnia 1. Września zaczyna się.

V. Rok Juliuszowski *Annis Julianis* tak nazywany od Juliusza Cezara Dyktatora, który Numy Króla Rok poprawił, zamyka w sobie dni 365 godzin 6, z których to sześciu godzin co czwarty Rok, godzin 24 czyli dzień jeden składa się, z kąd każdy czwarty Rok ma w sobie dni 366. Trzy lata które go poprzedzają, zowią się lata ordynaryjne *Anni Communes* każdy zaś czwarty Rok, przestępny *Annis bissextus*.

VI. Rok Grzegorza Papieża jest tenże sam Rok Juliusza Cezara ale poprawiony. Bo sześć godzin które Juliusz Cezar do dni każdego Roku przyłączył nie są zupełne. Z tej przyczyny początek Wiosny to jest dzień 21 Marca na 10 dni od porównania dnia z nocą wiosennego już się był usunął. Węc Grzegorz Papież te 10 dni wyciąwszy, tak: że dzień 5. Października 15tym był rachowany, ustanowił procz tego dla uniknienia w dalsze czasy podobnego błędu, ażeby nie każdy setny Rok iak przedtym, był przestępny; ale trzy pierwsze to jest 1700, 1800, 1900 żeby były ordynaryjne a dopiero 2000 przestępny, y tak na potym.

VII. Epakia, *Epacta* jest dni iedynaście, którym Rok ordynaryjny podług obrotu Słońca wyrachowany, przewyższa Rok z obrotów Księżyca wymierzony, który nie zamyka w sobie tylko dni 354,

do

do
Rok
kta
Rok
przy
Epak
tak d
na 3
y Ro
się sk

usza,
lar 5
ca pr
ktory
życa
ziony
także
żył
Rzym
nia V

prze
okre
plika
532
elus S
y nie
leciec
Juliu
ow,

do tych dawszy dni 11, wypadnie dni 365 to jest Rok słoneczny. Więc gdy pierwszego Roku Epakta będzie 11; drugiego będzie 22, na trzeci zaś Rok wypadnie dni 33. Z których 30 na Miesiąc przybyłszy odciąwszy, zostanie się w tymże Roku Epakta 3. Więc na następujący po nim będzie 14 y tak daley. Jeżeli zaś dni tak zebrane uczynią spełna 30; to Epakty wowym Roku żadney nie będzie, y Rok Miesięczny z Rokiem słonecznym zarówno się skończą.

VIII. Peryod Wiktora czyli Peryod Dyonizyusza, *Periodus Victoriana seu Dionysiana*, jest przeciąg lat 532 które wynikają zmultiplikacyi okrągu słońca przez okrąg Księżyca, to jest, lat 28 przez 19 za których 532 lat wyściem też same Słońca y Księżyca rewolucye wracają się. Peryod ten wynaleziony jest od Wiktora rodem z Akwitanii, zowie się także Peryod Dyonizyusza, iż tego lat wymiaru zażył *Dionysius Exiguus* dla pogodzenia Kościoła Rzymskiego z Alexandryjskim względem obchodzenia Wielkiej-Nocy.

IX. Peryod Juliuszowski *Periodus Juliana* jest przeciąg lat 7980 które wypadają zmultiplikacyi okrągu Słońca, Miesiąca, y Indykeyi czyli zmultiplikacyi Peryodu Wiktora przez Indykcyą to jest $532 \times 15 = 7980$, po których lat upłynieniu; *Cyclus* Słońca y Księżyca y Indykcyi razem przypadną y nieczydą się znowu z sobą aż po drugich 7980 leciech. Ten Peryod zowie się Juliuszowski że z lat Juliuszowskich składa się. Naywyborniejszy jest ow, którego początek zasiąga 710 lat przed słowo-

rzeniem świata; y ieszcze jeden cały niewyśzedł. Wynalezcą iego iest Jozef Scaliger.

X. Epocha czyli Era iest czas dziełem iakim znakomitym wślawiony, od ktorego lata rachować się zaczyna. Tak Era Chrześcianańska ktorey po-
spolicie używamy y zowie się powszechną *Vulgaris*; bierze początek swoy od Narodzenia Chrystuśa Pa-
na czyli raczey od Jego obrzezania, to iest od dnia 1 Stycznia w lat 4004 po stworzeniu świata.

Ostrzeżenie I. Cokolwiek mówiłem tu o la-
tach Słońca y Księżycy, przez te ja rozumiem la-
ta Cywilne ktore z całkowitych dni składają się;
a nie lata Astronomiczne ktore procz dni całko-
witych, zamykają w sobie ieszcze godziny, minu-
ty pierwsze, minuty drugie, trzecie &c. gdyż te
do miejsca tego nie należą.

Ostrzeżenie II. Litery Niedzielne nie po-
rządkiem naturalnym ale wopak idą to iest G, F,
E, D, C, B, A, tak, że jeżeli w tym Roku litera
Niedzielną iest F, to w Roku przyszłym będzie
E, w trzecim D, y tak daley aż do A, po ktorey
znorow G następuje. Przyczyna tego iest że Rok
Juliuszowski ordynaryjny ma w sobie dni 365 to
iest tygodni 52 y procz tego dzień jeden. Wieg
gdy na dzień 1 Stycznia padnie litera A taż
sama litera padnie y na dzień ostatni Grudnia.
Tym sposobem pierwszy y ostatni dzień owego
Roku będzie np. Niedziela a Rok następujący za-
cznie się w Poniedziałek; Niedziela zaś iego
pierwsza przypadnie dniu 7 Stycznia; który wpa-
rząd.

rzędu naturalnym dni tygodniowych naznaczo-
ny jest literą G. Więc taż litera G będzie lite-
rą Niedzielną. Trzeci Rok zacznie się we Wto-
rek. Więc Niedziela jego pierwsza, padnie na
dzień 6 Stycznia który się znaczy literą F, y taż
litera będzie literą Niedzielną &c. Rok zaś Prze-
stępny dwie ma litery Niedzielne, ale podobnież
mispak wzięte iako to GF FE ED &c. y pierwsze
mieysce nie F ale G trzyma aż do dnia 23 Lute-
go, od ktorego literą Niedzielną zaczyna być F.

PROPOZYCYA I.

*Doyść ieżeli dany Rok jest przestępny; lub który
po przestępnym.*

Rok Chrystusa dany podziel przez 4, ieżeli po
uczynioney dywizyi nie się niezoście; Rok ten
przestępny jest; gdy zaś jest reszta iaka, ta okazuie
który Rok po przestępnym idzie. Tak Rok tera-
zniejszy 1776, ponieważ podzielony przez 4 re-
szty żadney nie ma, przestępny jest. A Rok np.
1779 będzie trzeci po przestępnym gdyż podzielo-
ny przez 4, resztę daie 3.

Wniosek. Wieloraz z takowey dywizyi wypa-
dający, zaniechawszy resztę, wyraża, ile od Naro-
dzenia Chrystusa lat przestępnych upłynęło; tak do
Roku terażniejszego 1776, upłynęło lat przestę-
pnych 444 ale te 1 zmniejszone być powinny, bo
Rok 1700, przestępny nie był, podług tego co się
powiedziało w Def. 6. Więc potrzeba rachować,
444 — 1 = 443.

PROPOZYCYA II.

Okrąg Słońca Cyclum Solarem w danym Roku znaleźć.

Do Roku danego doday lat 9, (gdyż w 10 okręgu słonecznego Roku, Chrystus urodził się, więc ich już 9 upłynęło,) potym takową Summę przez 28, podzieliwizy; reszta która się z tey dywizyi zostanie wskaże okrąg Słońca w danym Roku. Gdy zaś od dywizyi nie zostanie, znak będzie że okrąg słoneczny to jest lat 28 po owym Roku skończy się zupełnie. Wieloraz zaś z tey dywizyi da poznać, ile rewolucyi Słońca czyli cyklow od Narodzenia Chrystusa upłynęło. Tak wzięwszy np. Rok terażniejszy 1776, y przydawszy do niego 9 Summę 1785 dzielię przez 28 y zostaje się 21, pokazujący 21 Rok Cyklu słonecznego których 63 od Narodzenia Chrystusa wyszło.

PROPOZYCYA III.

Złotą liczbę danego Roku znaleźć.

Do liczby lat daney doday 1, (gdyż w pierwszym Roku Ery Chrześcijańskiej złota liczba była 2. Więc Rok ieden już był upłynął.) Potym Summę podziel przez 19 reszta pokaże ci złotą liczbę Roku danego. Gdy nie nie zostanie się, Cyklus Xiężycy będzie w ten czas skończony. A Wieloraz pokaże ile Cyklow Xiężycy od Narodzenia Chrystusa upłynęło. Szukam złotey liczby Roku terażniejszego 1776 do którego dodawszy 1, Summę 1777

dzie-

dzielię przez 19 y wypada mi 10 złota liczba Roku terazniejszego. Upłynęło zaś od Narodzenia Chrystusa 93 Cyklow Xieżyca.

PROPOZYCYA IV.

Znaleść na jaki dzień w tygodniu pierwszy dzień Roku przypada.

Do Roku ostatniego przyday liczbę lat przeszłych, a od Summy odcignawszy 10, resztę podzielię przez 7, to co po dywizyi zostanie, pokaże dzień w tygodniu ktorego szukasz. Jeżeli od Dywizyi nie zostanie nic, tedy dzień pierwszy Roku przypadnie na dzień 7 w tygodniu to jest na sobotę. Chcę wiedzieć np. na który dzień w tygodniu padnie 1 dzień Stycznia Roku 1800, y układam liczbę następującym sposobem.

Rok poprz.	1799
Lata przeszł.	448

2247

Z Poprawy Grzegorza. 10

7 | 2237 | 319 + $\frac{4}{7}$
21

13

7

67

63

4

4 ktore się od Dywizyi zostały znaczą dzień czwarty w tygodniu to jest Srzodek.

05

Tym.

Tymże sposobem znajdę dzień w tygodniu, na który w danym Roku dzień którykolwiek Mie-
 siąca przypada. Chcąc wiedzieć *np.* na który w
 tygodniu dzień przypadł dzień 7 Września Roku
 1764 wstawiony Elekeją szczęśliwie nam panują-
 cego Monarchy STANISŁAWA AUGUSTA. Do
 Roku poprz. 1763 dodaj wszystkie lata przestępne
 których przez wniosek *Prop. I.* było 439, tudzież
 kwotę dni od pierwszego dnia Stycznia do 7. Wrze-
 śnia upłynionych to jest, 251, a od Summy 2453,
 odciągwszy dni 10, z poprawy Grzegorza; Sum-
 mę pozostałą 2443 podziel przez 7 niezołtać się
 nic. Więc był dzień Sobotny.

Rok poprzd. 1763.

Lata przestęp. 439.

Dni upłynione 251.

Summa 2453.

Z popr. Grzegorza 10

7 | 2443 | 349.

PROPOZYCYA V.

Literę Niedzielną danego Roku znaleźć.

Znajdźmy dzień w tygodniu na który 1. dzień da-
 nego Roku pada, przez *prop. poprz.* a liczbę
 znaną odciągawszy od 9, reszta wskaże ci
 literę Niedzielną w porządku naturalnym położoną.

Szukam litery Niedzielney na Rok 1780. 1
 Jego dzień przez *prop. poprz.* padnie na dzień 7 w
 tygodniu to jest na Sobotę. Więc 7 odciągawszy
 od 9 reszta 2 pokazuje mi literę Niedzielną, na diu-
 gim

gim mieyscu w porządku naturalnym położoną to jest B. Podobnież chcę wiedzieć która litera Niedzielną będzie w Roku 1800. Dzień tygodniowy na który dzień 1, Stycznia owego Roku padnie będzie dzień 4, to jest Środa, więc 4 odciągawszy od 9 mam 5, to jest piątą literę w porządku naturalnym E, która będzie literą Niedzielną w Roku 1800.

PROPOZYCYA VI.

Danego Roku Epaktę znaleźć.

Doszedłszy złotej liczby zadanego Roku przez *Prop. III* multiplikuy ją przez 11 a z produktu odtrąciwszy dni 11 z poprawy Grzegorza Papieża, resztę zaś podzieliwszy przez 30, to co od Dywizyi zostanie będzie Epaktą danego Roku. Chcę wiedzieć Epaktę Roku terażniejszego 1776 którego złota liczba jest 10. Tę zmultiplikowawszy przez 11 a od produktu 110 odciągwszy 11 podług poprawy Grzegorza, resztę 99 dzielę przez 30, a pozostałe z Dywizyi 9 pokazują mi Epaktę tegoroczną. Gdy zaś odciągwszy 11 podług poprawy Grzegorza reszta przez 30 dzielona być nie może to też sama jest Epaktą. A w którym Roku złotą liczbą będzie 1, w tym Epakta będzie 0, czyli nic. Gdyż podług poprzedzającego nauki $IXII = II - 11 = 0$.

Przeestroga. Epakta danego Roku zaczyna się od dnia 1 Marca tegoż Roku. Zaczynam Epaktę 10, Roku terażniejszego 1776, będzie trwać przez Styczeń i Luty Roku przyszłego 1777.

PRO.

PROPOZYCYA VII.

*Gdy dane będą Miesiące y dzień doysć
Pory Xieźyca.*

Znieś w iednę Summę Epakta Roku danego, liczbę dni Miesiąca, y liczbę Miesiący zacząwszy od Marca, a z tey Summy odcignawszy gdy możesz 30, reszta zostająca się pokaże ci Lunacyą. Tak gdy chcesz wiedzieć iaki Xieźyc będzie dnia 2 Sierpnia w Roku terażnieyszym 1776. Zniósłszy liczbę złotą 10 + dni Miesiąca 1, + Liczbę Miesiący od Marca 5, Summa 16, ponieważ przez 30 podzielona być nie może, pokaże ci że Xieźyc iest już wpesni. Podobnież 15 tego dnia tegoż Miesiąca y Roku, Miesiąc będzie na Nowiu, ponieważ $10 + 15 + 5 = 30 - 30 = 0$, to iest sam Now.

PROPOZYCYA VIII.

*Gdy dana będzie Epakta Roku y Miesiąc znaleźć
dzień Nowiu.*

Znieś z Epaktą danego Roku liczbę Miesiący które od Marca upłynęły y Summę odcignij od 30, albo gdy ta więkza będzie odcignij ją od 60; reszta pokaże ci dzień Nowiu. Chcesz np. wiedzieć na który dzień Listopada, w tym Roku 1776, padnie Now? z Epaktą 10, złącz liczbę Miesiący które od Marca upłynęły to iest 8, = 18 co odcignawszy od 30, maż 12 dzień Nowiu grudnia.

Prześroga I. *Lubo zaś Pora Xieźyca przez Epakty zupełnie oznaczona być nie może, przećiąz nigdy duiem iednym całkowitym od nich nie-
uchy-*

uchyli się. Węć tego sposobu dosyć bezpiecznie zachować można.

Przeitroga II. *Now Wielko-Nocny Novilunium Paschale, między 8, dniem Marca y 5 kwietnia koniecznie znaydować się powinien.*

PROPOZYCYA IX.

*Gdy dany będzie Rok Ery Chrześciańskię Po-
czet czyli Indykcyą znaleść.*

Do założonego Roku Chrystusa doday 3, gdyż pierwszy Ery Chrześciańskię Rok przypadł na Indykcyą czwartą: Potym Summę podzieliwszy przez 15, reszta z Dywizyi pozostąca wskaże ci Rok Indykcyi. Jeżeli z Dywizyi nie niezostanie, Indykcyą będzie 15. Tak do Roku terażniejszego 1776 przydawşy 3, Summę 1779 dzielię przez 15, od ktorey Dywizyi pozostąć 9, wskazuje mi Indykcyę. Wieloraz zaś 118 znaczy Indykcyę, ktore od Narodzenia Chrystusa już upłynęły.

PROPOZYCYA X.

Gdy dany będzie Rok Ery Chrześciańskię zgadnąć na który Rok Peryodu Juliuszowskiego przypadnie.

Daymy np. Ery Chrześciańskię Rok terażniejszy 1776, pytam który iest Rok Peryodu Juliuszowskiego na tenże sam Rok przypadający? z danym Rokiem 1776 znieś lat 4713 Summa 6489 pokaże ci Rok Peryodu Juliuszowskiego. Przyczyna tego iest, że iako się wyżej powiedziało, pierwszy

wszy Rok Ery Chrześcianański przypadł na Rok 4714 tegoż Peryodu.

Wniosek. Jeżeli którykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego będzie podzielony przez 28, przez 19, y przez 15 reszta z pierwszej Dywizyi pokaże okrag Słońca, z drugiey okrag Xiężycy czyli liczbę złotą, z trzeciey Indykcyą. Tak podzieliwszy Rok terazniejszy tegoż Peryodu 6489 przez 28, masz resztę 21 to jest okrag słońca. Powtore podzieliwszy tenże Rok przez 19, masz resztę 10 to jest Złotą Liczbę. Potrzebie podzieliwszy go przez 15 masz resztę 9 to jest Indykcyą.

PROPOZYCYA XI.

Gdy dany będzie którykolwiek Rok przed Narodzeniem Chrystusa Pana, dojsć na który Rok Peryodu Juliuszowskiego wypada.

Niechay dany będzie np. 4004 Rok przed Narodzeniem Chrystusa, na który podług naybiegleyszych Chronologow początek świata przypada. Ten Rok 4004 odciawszy od lat 4714, w które podług *Prop. poprzedz.* Narodzenie Chrystusa przypadło: Reszta pokaże Rok Peryodu Juliuszowskiego 710, który był w pierwszym Roku świata.

Wniosek. Ztąd gdy dany będzie którykolwiek Peryodu Juliuszowskiego Rok, łatwo poznać można czyli ten przed Narodzeniem, czyli po Narodzeniu Chrystusa Pana przypada. Bo jeżeli dany Rok będzie więkşy nad 4714, będzie już po Narodze-

rodz
Juliusz
4714
Rok
wskaz
Nar

Gdy
y In

Prz
dyke
ktow
pokaz
np. C
znicy

Rok E

4845
Xięży
kowar
na to
Do pr

rodzeniu Chrystusa. Tak naznaczywszy Peryodu Juliuszowskiego Rok 6489, y odciąwszy od niego 4713, zostaje się terazniejszy Ery Chrześcijański Rok 1776. Odciąwszy zaś Peryodu Juliuszowskiego lat 710, od lat 4714 maż lat 4004 przed Narodzeniem Chrystusa.

PROPOZYCYA XII.

Gdy dane będą Okrąg Słońca, Okrąg Miesiąca, y Indykcyja, znaleźć Rok Peryodu Juliuszowskiego, w który przypada.

Przez dany okrąg słońca zmultiplikuy Summę 4845, przez okrąg Księżyca 4200, przez Indykcyę 6916, a Summę z tych wszystkich produktow zebraną podzieliwszy przez 7980. Reszta pokaże ci Rok Peryodu Juliuszowskiego. Weźmy np. Cykle Słońca, Księżyca, y Indykcyę Roku terazniejszego 1776.

$$\text{Słońca} \quad 21. \times 4845 = 101745$$

$$\text{Księżyca} \quad 10. \times 4200 = 42000$$

$$\text{Indykcyja} \quad 9 \times 6916 = 62244$$

$$\text{Summa} \quad 205989.$$

Ta Summa podzielona przez 7980 pokaże Rok Peryodu Juliuszowskiego.

Przypisek. Liczby zaś wzmierz oznaczone 4845, 4200, 6916, które przez okrąg Słońca, Księżyca, y przez Indykcyę mają być moltiplikowane, iak wynalezione być mogą, dłuższy na to trzeba nauki, która nie jest miejsca tego; Do praktyki zaś dosyć jest mieć ich wiadomość.

PRO.

PROPOZYCYA XIII.

Gdy dany będzie którykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleźć Lata Olimpiad.

Epocha Olimpiad u Historyków mianowicie Greckich najślawniejsza zawsze była, gdyż Grecy Lata nawięcej przez Olimpiady rachować zwykli, y rząd u nich lata Olimpiackie zwały się. Albowiem co czwarty Rok czyli przy zaczęciu każdego piątego Roku w Olimpii Mieście Elidy, przy wielkim Ludu z całej Grecyi zjeżdżie igrzyska na honor Herkulesa odprawowali, które od Ista Krola Elidy bądź ustanowione, bądź ponowione były, Roku Peryodu Juliuszowskiego 3938, a przed Narodzeniem Chrystusa 776 Laty.

Gdy więc dany będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego, dla zgadnienia na który Rok Olimpiad przypada, jeżeli mniejszy będzie od Lat 3938, Epochę Olimpiad poprzedzify. Tak gdy dany np. będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego 3103, którego się Mojżesz urodził podług rachunków Petawiusza, odciągam dane 3103 lat od lat 3938, a reszta pokazuje że narodzenie Mojżesza poprzedziło zaczęcie Olimpiad 835 Laty.

Gdy zaś Rok Peryodu Juliuszowskiego np. 4714, w który się Chrystus Pan narodził większy będzie od Roku 3938 w który Olimpiady zaczęte w ten czas ten od tamtego odciągawszy, reszta 776, pokaze lata Olimpiad które podzieliwszy przez 4 maie Olimpiad 194, y Rok pierwszy zaczynaicy się Olimpiady 195. Więc Chrystus Pan narodził

XIII.
Peryodu Ju-
liuszowskiego.

Wielkie Gre-
cyż Grecy
zwykle,
Albo-
w każde-
m roku, przy
chodzą na
Istę Kro-
nów były,
przed Na-

Juliuszo-
wskiego
338, Epo-
chę np. bę-
ż, którego
zawisła,
została po-
łożona zczę-

skiego np.
i większy
y zaczęte
y, została
szy przez
zaczynają-
Pan naro-
dził

dził się w Roku pierwszym Olimpiady 195. Gdy
na koniec dany będzie Rok Ery Chrześcijańskiej np.
terazniejszy 1776 do tego dodawszy lat 776 kto-
re Narodzenie Chrystusa poprzedziły, a Summę
2552 podzieliwszy przez 4 masz Olimpiad 638, y
Rok pierwszy zaczynający się Olimpiady 639.

PROPOZYCYA XIV.

*Gdy dany będzie Rok Olimpiad, znaleźć na któ-
ry Rok Peryodu Juliuszowskiego przypada.*

Daymy Olimpiadę 114 przy której zaczęciu Ale-
xander W. iak Historycy piszą umarł. Mul-
typlikuy najprzód dane Olimpiady przez 4, masz lat
456, a z Rokiem 1 zaczętey Olimpiady Lat 457.
Do których przydawszy Lat 3937, które Epochę
Olimpiad poprzedziły, Summa 4393, da ci R. Pery-
odu Juliuszowskiego, w który Alexander W. umarł.

Podobnie pisze Dyodorus że kończący się Rok
pierwszy Olimpiady 94 był Rok 780 po zburze-
niu Troi. Wiedząc więc z tegoż Historyka że zbu-
rzenie Troi przytrafiło się Roku Peryodu Juliu-
szowskiego 3530 dodając lat 780, które po tymże
zburzeniu upłynęły, y masz Rok 4310 który przy-
pada na Rok 1 Olimpiady 94.

Wniosek I. Należy pamiętać że zburzenie
Troj przypada w Roku Peryodu Juliuszowskie-
go 3530, a zatem pierwszy Rok Epochy od zbu-
rzenia Troi jest Rok Peryodu Juliuszowskiego
3531.

Wniosek II. Jeżeli od Roku 4714 Peryodu
Juliuszowskiego który jest pierwszy Ery Cbrze-

P.

Wnio-

ścińskięy odciągniesz lat 4393. Reszta 321 da ci Lata ktoremi smierć Alexandra Wielkiego Narodzenie Chrystusa Pana poprzedziła. Jeżeli zaś od tegoż Roku odciągniesz lat 3531, będzieś miał lat 1183 zburzenia Troi przed Narodzeniem Chrystusa.

PROPOZYCYA XV.

Gdy dany będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego, znalesc Rok od założenia Rzymu.

Wiadomo każdemu z Historii Rzymskiej, że Rzymianie w Pismach y Dzieciach swoich Lata od założenia Rzymu liczyli. Zkąd wielce sławna Epocha od założenia Rzymu *ab Urbe Condita*. Ta podług zdania Warrona za którym wszyscy uczeni Ludzie poszli przypada na koniec Roku trzeciego Olimpiady VI. Ktoremu korresponduje Peryodu Juliuszowskiego Rok 3961, albo raczej 3961, gdyż Epochę założenia Rzymu od pierwszego dnia stycznia zaraz następującego biorą, y ta Epochę Chrześciańską poprzedziła Lata 753: tak że pierwszy Rok Narodzenia Chrystusa Pana przypada na Rok 754 od założenia Rzymu.

Gdy więc dany Rok Peryodu Juliuszowskiego mniejszy będzie od Roku 3961, na który założenie Rzymu przypadało, odciągnąwszy liczbę mniejszą od większey, reszta pokaże ci lata przed założeniem Rzymu. Tak wzięwszy Rok Peryodu Juliuszowskiego 710 na który stworzenie świata przypada, y odciągnąwszy go od lat 3961, masz lat 3251 od stworzenia świata do założenia Rzymu. Jeżeli zaś dany

dany Rok Peryodu Juliuszowskiego będzie większy od Roku 3961 założenia Rzymu, w ten czas ten od tamtego odciągnąwszy z reszty dojdzieś lat od założenia Rzymu upłynionych. Tak odciągnąwszy lat 3961 od Roku 484, w który Chrystus Pan przyszedł na świat, reszta 753 pokaże ci lata, które od założenia Rzymu do Narodzenia Chrystusa Pana upłynęły.

PROPOZYCYA XVI.

Gdy dane będą, Lata od założenia Rzymu, Peryodu Juliuszowskiego, Olimpiad, znaleźć Rok Ery Chrześcijańskiej z niem zgadzać się.

Pisze Pliniusz że słonie pierwszy raz we Włoszech widziano podczas Wojny z Pirrusem Krolew Epiru to jest w lat 472 od założenia Rzymu. Pytam nayprzod który Rok był na ow czas Peryodu Juliuszowskiego? Do lat 472 doday lat Peryodu Juliuszowskiego 3960 które założenie Rzymu poprzedziły; Summa 4432 daie ci R. tegoż Peryodu. Pytam powtore ktorey Olimpiady, y który Rok na ow czas był? Od znalezionych dopiero peryodu Juliuszowskiego lat 4432 odciągnij lat 3938 ktoremi Peryod Juliuszowski poprzedził ustanowienie Olimpiad, resztę 494 podzieliwszy przez 4 masz Olimpiad 123, y R. 2gi Olimpiady 124 przez *Prop. XIII.*

Pytam potrzebie na który Rok czy przed Narodzeniem czy po Narodzeniu Chrystusa Pana też Wojna padła? Z lat Peryodu Juliuszowskiego 4432 wzwyż znalezionych daie się widzieć przez *Wniosek Prop. XI.* że to przed Ery Chrześcijańską stało się.

Więc tenże sam Peryodu Juliuszowskiego Rok 4432 odciągnąwszy od tegoż Peryodu Roku 4714 w który się Era Chrześcijańska zaczęła. Reszta 282 pokazuje ci Rok przed Narodzeniem Chrystusa. Więc sioniow pierwszy raz we Włoszech widziano Roku Peryodu Juliuszowskiego 4431, w Roku drugim Olimpiady 124 po założeniu Rzymu w lat 472, a przed Narodzeniem Chrystusa laty 282.

Wniosek. Gdy dany będzie Rok od założenia Rzymu, lub zgadzający się z nim Rok Peryodu Juliuszowskiego łatwo doysć można, który to Rok był po zburzeniu Troi; Odciągnąwszy bowiem Epochy Troiańskiej w Peryodzie Juliuszowskim Rok 3630 przez *Wniosek I, Prop. XIII* od lat tegoż Peryodu zgadzających się z laty założenia Rzymu, reszta wikaże Rok od Epochy zburzenia Troi. Tak wzięwszy Rok od założenia Rzymu 537, w który Rzymianie straszną klęskę przy Jeziorze Trazymenskim od Annibala ponieśli, znajdziemy najprzód przez *Część pierwszą tej Prop.* że to był Rok Peryodu Juliuszowskiego 4497 od którego odciągnąwszy zburzenia Troi Rok w tymże Peryodzie 3530 przez *Wniosek I, Prop. XIV* reszta 967 pokazuje Rok który był od zburzenia Troi.

PROPOZYCYA XVII.

Gdy dany będzie którykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleźć początek Roku Egipskiego, czyli Neomenią Tbotb.

Ery Nabonassara częsta wzmianka bywa, tak u dawnych Astronomów, iako y u terazniejszych Chro-

Chronologow, zaczym y na tym mieyscu cokolwiek o niey namienić nie będzie od rzeczy. Nabonassar był Krol Chaldeyski. Od początku Jego panowania Chaldecyzykowie nową Erę czyli Epochę ustanowili, a Egipcyanie ją od nich przeięli. Początek tej Ery przypada na Rok Peryodu Juliuszowskiego 3967. Dzień 16 Lutego na lat 749 przed Narodzeniem Chrystusa.

Ze zaś Era Nabonassara nie z Juliuszowskich, lat się składa, zaczym nayprzod o tych y o ich początku namienić potrzeba. Rok tedy Egipcyan zamyka w sobie okrągło dni 365 bez owych 6 godzin, które do tychże 365 dni w każdym Roku z poprawy Juliusza przydawane bywają. Zkąd idzie że dla opuszczonego w każdym czwartym Roku dnia Przybyszowego; początek Roku Egipcyan (ktory się nazywa Neomenia Thoth) iednym dniem spoznia się y cały Rok Juliuszowski wstecz obchodzi iednym dniem co 4 lata posuwając się w górę: Tak, że gdyby np. w tym Roku, Rok Egipski (czyli Neomenia Thoth) zaczynał się dnia 1 Stycznia, tedy za lat 4, zaczynać się będzie dnia 31 Grudnia, a po 4 znowu latach dnia 30 Grudnia. Aż na koniec za lat 1461 wroci się na dzień 1 Stycznia to jest po upłynionych 1460 latach Juliuszowskich które w sobie zamykają zupełnie lat Egipskich 1461.

W całym zaś Peryodzie Juliuszowskim tylko pięć Lat znajduie się odległych od siebie przeciągiem lat 1460 w które tak pierwszego dnia Stycznia, iak ostatniego Grudnia początek Roku Egipskiego przypada, y są następujące.

1273, 2733, 4193, 5653, 7113.

Gdy tedy dany będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego, żeby znaleźć którego w nim dnia przypada Rok Egipski tak postępuj! Dany Rok Peryodu Juliuszowskiego odejmawszy od jednej z tych pięciu liczb która nad niego będzie większa resztę podziel przez 4: Z tego podzielenia Wieloraz wynikający jeżeli będzie mniejszy od 59, albo jeżeli po Dywizyi co się zostanie, do Wielorazu dodaj 1, a Summa pokaże ci dzień w Roku Juliuszowskim zaczynając od 1, dnia Stycznia, którego się zaczyna Rok Egipski. Jeżeli zaś po uczynionej Dywizyi nie się niezostanie, y Wieloraz jest większy od 59, tedy ten sam przez się dzień pierwszy Roku Egipskiego pokaże.

Daymy więc Rok Peryodu Juliuszowskiego 4714 którego się Chrystus urodził; Ten odejmam od jednej z pięciu danych liczb większością najbliższą to jest od 5653 y mam resztę 939, którą podzieliwszy przez 4, mam Wieloraz 234 y zostanie się trzy. Więc do Wielorazu dodawszy 1, mam dzień 235 Roku Juliuszowskiego, w który się zaczyna Rok Egipski w Roku pierwszym Ery Chrześcijańskiej.

Podobnie chcę wiedzieć na który dzień terazniejszego Roku Juliuszowskiego 6489, a Ery Chrześcijańskiej 1776, przypada początek Roku Nabonassara. Więc odejmawszy 6489 od jednej z danych pięciu liczb najbliższą większą 7113 mam dni 121 bez wszelkiej reszty, do których dodawszy dni 11 (dla poprawy Grzegorza) mam dzień

dzień 142 terazniejszego Roku, w który się zacznie Rok Egipski, to jest dzień 21 Maja.

Na koniec niechay będzie Peryodu Juliuszowskiego 3965 ktorego się Tobiasz Starszy rodził, odciągam tenże Rok od 4193 y zostaią się 228, ktore podzieliwszy przez 4 wypadnie 57 bez wszelkier reszty. Więć że ta liczba jest mnieysza od 59, to jest od dni, od pierwszego Stycznia do ostatniego Lutego upłynionych, którym dzień przybyşowy przydaie się, przyłączam do niey 1, y mam dzieś 58, na który w R. narodzenia Tobiasza przypadło zaczęcie R. Egipskiego, to jest dzień 27 Lutego.

Przeştoga. Z drugiego przykładu daie się wiedzieć, że do wynalezionego w Peryodzie Juliuszowskim dnia, w który się zaczyna Rok Egipski trzeba przydać od Roku Chrystusa 1582, aż do Roku 1700 Dni 10, dla poprawy Grzegorza a od Roku 1700, do 1800, Dni 11.

PROPOZYCYA XVIII.

Znaleść pięć Lat w Peryodzie Juliuszowskim, od których zaczyna się Lata Nabonassara.

Ponieważ Peryod Juliuszowski uprzedza początek Świata Laty 710. w tych nayprzod potrzeba szukać początku Lat Egipskich. Więć podzieliwszy ie przez 4 będzie Wieloraz 177, do ktorego dodawşy dni 10 z Grzegorza poprawy będzie Summa 187 a tę odciągnąwszy od 1460 Lat Juliuszowskich, masz przewyżkę 1273, to jest pierwszą liczbę lat. Do których dodawşy 1460 masz 2733, drugą liczbę y tak daley aż do piątey.

PROPOZYCYA XIX.

*Gdy dany będzie którykolwiek Rok Peryodu Ju-
liuszowskiego znaleźć na który Rok Ery
Nabonassara przypada.*

Naznacz sobie pięć następujących lat Peryodu Ju-
liuszowskiego A, B, C, D, E, z których w pier-
wszym zaczęła się Epocha Nabonassara, a cztery na-
stępujące po nim odległe są od siebie przeciągiem
lat 1460.

A, 1 B, 2 C, 3 D, 4 E.

3967 4193 5653 7113 8573.

Gdy tedy będzie dany którykolwiek Rok Pe-
ryodu Juliuszowskiego uważ do której dzielnicy
należy, czyli od której z danych pięciu liczb A, B,
C, &c. jest naybliżej mniejszy. A dodawszy do
niego liczbę która też dzielnicę oznacza, to jest al-
bo 2, albo 3, lub 4, od Summy odciągnij pierwszy
termin A. To co się po odciągnięciu zostanie, po-
każe Rok Ery Nabonassara którego szukasz. Day-
my Rok Peryodu Juliuszowskiego 4714, który był
początkiem Ery Chrześcijańskiej. Ten że do dru-
giej Dzielnicy należy, dodaj do niego 2, a z Sum-
my 4716 odciągnąwszy pierwszą liczbę 3967. Re-
szta 749 pokazuje Rok Nabonassara którego się
Chrystus rodził. Tymże sposobem czynię chcąc
wiedzieć który jest Rok w Erze Nabonassara Rok
terazniejszy 1776, który jest w Peryodzie Juliuszo-
wskim 6489, y należy do Dzielnicy trzeciej; więc
przydawszy do niego 3, a od summy 5492 odcią-
wszy 3967. Reszta 2525 pokazuje Rok terazniej-
szy Ery Nabonassara.

Przy-

Przyczyna tey Reguły oczywista: Gdyż każda Dzielnica ma w sobie przeciąg 1460 lat Juliuszowskich, które czynią lat Egipskich 1461 zaczym w każdej Dzielnicy ieden Rok przybywa; A zatym Peryodu Juliuszowskiego lata, powinny bydź powiększone tylu iednościami, ile iest Dzielnic, ażeby się zrownały zupełnie z laty Nabonassara.

PROPOZYCYA XX.

Lata Nabonassara zamienić w Lata Peryodu Juliuszowskiego.

Naznacz następujące pięć Liczb. A, B, C, D, E, y ich przedziały 1, 2, 3, 4, a zważywszy do którego z nich należy zadany Rok Nabonassara, odciągnij od niego Liczbę tegoż przedziału, a do reszty dodawszy lat 3967 które są początkiem Ery Nabonassara, Summa okaże ci Rok Peryodu Juliuszowskiego.

A, 1 B, 2 C, 3 D, 4 E.

1 227 1688 3149 4610.

Daymy Przykład: Piśze Ptolomeusz że zaémienie Xiężycy było w Roku 5 panowania Nabopolassara który iest w Erze Nabonassara 127, pytam który na ow czas był Rok Peryodu Juliuszowskiego. Ponieważ liczba 127 należy po pierwszey Dzielnicy, iako większa od 1, a mnieysza od 227, odciągam od niey 1, a do 126 dodawszy 3967 mam Rok Peryodu Juliuszowskiego 4093.

PROPOZYCYA XXI.

Znaleść pięć Liczb do okazania poprzedzającej Propozycyi potrzebnych.

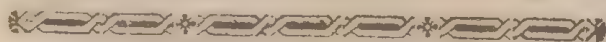
Do 4193 liczby na miejscu drugim w Prop. XIX położony dodawszy znak poprzedzającej dzielnicy 1, masz lat 4194, od których odciągnąwszy Rok Peryodu Juliuszowskiego 3967 w który zaczęła się Era Nabonassara masz 227. Liczbę drugą B, y znówu do 5653 liczby na miejscu trzecim, w Prop. XIX przydawszy poprzedzającej Dzielnicy znak 2, a od Summy 5655 odciągnąwszy 3967 masz 1688 liczbę trzecią y tak daley.

PROPOZYCYA XXII.

W danym Roku Nabonassara dzień tygodniowy znaleźć.

Pierwszego Roku Nabonassara początek przypada na Srzodę. Więc gdy do zadanego Nabonassara Roku dasz 3, a Summę podzielsz przez 7, reszta od podzielenia pozostała pokaże dzień tygodniowy, którego się tenże Nabonassara Rok zaczął, a jeżeli od podzielenia nic nie zostanie będzie Sobota. Weźmy Rok terażniejszy 1776 który jest w Erze Nabonassara 2525, dodawszy do niego 3, Summy 2528 dzielę przez 4, y mam Wieloraz 632, a że po Dywizyi nie się nie zostało: Więc w tym Rok Nabonassara zaczął się w Sobotę dnia 22 Maja. Podług tego iak się powiedziało w Propozycyi XVII.

A tu niechay będzie koniec Rachunkow tych Chronologicznych Dnia 26 Marca, Roku Peryodu Juliuszowskiego, 6489, Olimpiady 646 Roku drugiego. Od założenia Rzymu 2539 Ery Nabonesara 2529. Chrześcijańskiej 1776, który ieść Przestępny, mający Litery Niedzielne g. f. Okrąg Słońca 21, Księżyca 10, Indykcyę 9, a pierwszy po Roku Jubileuszowym 1775.



REGISTR ROZDZIAŁOW

Y

PROPOZYCYI.

Opisanie o Arytmetyce w Pomfzechności.

ROZDZIAŁ I.

O Rachunkach liczb całkowitych iednego, y różnego gatunku.

<i>Propozycja I.</i>	Daney liczby cenę wyrazić. Na karcie	7
<i>Propozycja II.</i>	Liczby dane, tak iednego, iako y różnego gatunku zbierać	9
<i>Prop. III.</i>	Liczby tegoż samego, y różnego gatunku, od siebie odciągać	16
<i>Prop. IV.</i>	Dowieść należyte uczynionej Addycyi, y Subtrakcyi	24
<i>Prop. V.</i>	Liczby iednego, y różnego gatunku multiplikować	28
	Tablica Pytagoreśowa	36
	Tabliczki Nepera Szkota	39
	<i>Prop.</i>	

<i>Prop. VI.</i>	Dane liczby jednego, y różnego gatunku dzielić	40
<i>Prop. VII.</i>	Dowieść należycie uczynioney Multiplikacy y Dywizyi	55
<i>Prop. VIII.</i>	Zamykająca w sobie niektóre ciekawe zadania, które przez poprzedzające prostej Arytmetyki Reguły łatwo solwować można	59

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach Liczb Łamanych.

	<i>O Znakach Arytmetycznych</i>	65
	<i>Axiomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne</i>	66
<i>Prop. I.</i>	Danych dwóch liczb znaleźć miarę powszechną największą	68
<i>Prop. II.</i>	Liczbę łamaną na najmniejszy terminy redukować	71
<i>Prop. III.</i>	Dane Frakey do jednego Mianownika, czyli Denominatora redukować	73
<i>Prop. IV.</i>	Liczbę łamaną do jakiegokolwiek danego Denominatora redukować	76
<i>Prop. V.</i>	Liczbę łamaną na liczby całkowite redukować	77
<i>Prop. VI.</i>	Liczbę całkowitą na liczbę łamaną do jakiegokolwiek danego Denominatora redukować	78
<i>Prop. VII.</i>	Ułamki liczby łamanej na jedną prostą Frakcyą zredukować	79
<i>Prop. VIII.</i>	Liczbę łamaną dodawać	80
<i>Prop. IX.</i>	Liczbę łamaną odciągać	81
<i>Prop. X.</i>	Liczbę łamaną multiplikować	83
<i>Prop. XI.</i>	Liczbę łamaną dzielić	86

ROZDZIAŁ III.

O liczbach łamanych dziesiętkowych.

	<i>Definicje, czyli Opisanie grunturowne</i>	92
<i>Prop. I.</i>	Frakey dziesiętkowe dodawać, y odciągać	96
<i>Prop. II.</i>	Frakey dziesiętkowe multiplikować	98
<i>Prop. III.</i>	Frakey dziesiętkowe dzielić	100

Prop.

<i>Prop. IV.</i>	Liczbę całkowitą lub liczbę łamaną na części dziesiątkowe redukować	102
<i>Prop. V.</i>	Części dziesiątkowe do jakiegokolwiek danego Denominatora redukować	103
<i>Prop. VI.</i>	Z Frakeyi dziesiątkowych Scianę Czworgranną, y Sześciogranną wyciągnąć.	104

ROZDZIAŁ IV.

O wyciągnięciu Scian z liczb danych.

	<i>Tablica Czworgranow, y Sześciogranow aż do 10.</i>	III
<i>Prop. I.</i>	Z Liczby danej Scianę Kwadratową wyciągnąć	III
<i>Prop. II.</i>	Scianę Czworgranną wyciągnąć, z liczby nie kwadratowej przez najbliższe przychylenie się do rzetelnej iey Sciany	120
<i>Prop. III.</i>	Z danej liczby Scianę Sześciogranną wyciągnąć	126
<i>Prop. IV.</i>	Zamykająca w sobie kilka Zadaniow, którym zadość uczynić można przez wyciągnięcie Sciany Czworgrannej, lub Sześciogran.	133

ROZDZIAŁ V.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

	<i>Definicje, czyli Opisanie gruntowne</i>	136
	<i>Lemmata, czyli objaśnienia niezawodne</i>	138
<i>Prop. I.</i>	O Regule Proporecyi	139
<i>Prop. II.</i>	O Regule Proporecyi składanej	145
<i>Prop. III.</i>	O Regule Proporecyi wspak obroconey	148
<i>Prop. IV.</i>	Zamykająca w sobie niektóre sposoby do krotkości y snadności w odprawieniu Reguły Proporecyi wielce skracające.	153
<i>Prop. V.</i>	O Regule Towarzystwa, czyli spółki	155
<i>Prop. VI.</i>	O Regule wiązania	159
	Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiazania podanych	166
<i>Prop. VII.</i>	O Regule Domniemania, czyli fałszywego założenia	167
<i>Prop. VIII.</i>	O Regule dwoinakiego fałszywego założenia	171
	<i>Prop.</i>	

Prop. IX. Danym dwóm liczbom, trzecia liczbę proporcjonalną wynaleść 181

Prop. X. Między dwiema danemi liczbami, średnią liczbę proporcjonalną wynaleść 182

Prop. XI. Między dwoma danemi liczbami, dwie liczby średnie proporcjonalne wynaleść. 184

Prop. XII. W której czyni się zadość niektórym potrzebnym Zadaniom przez Reguły Arytmetyczne 185

R O Z D Z I A Ł VI.

O Progressjach, czyli skokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach. 188

O Progressjach Arytmetycznych 189

Lemmata. *tamże.*

Prop. I. Gdy dane będą, najmniejszy y największy, to jest pierwszy y ostatni w Progressji Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, znaleźć wszystkich owych terminow Summę generalną 191

Prop. II. Gdy dane będą, termin najmniejszy y największy, y liczba terminow w Progressji Arytmetyczney, znaleźć przewyżkę między terminami owej Progressji 193

Prop. III. Gdy dane będą, termin najmniejszy, przewyżka, y liczba terminow, znaleźć termin największy. 194

Prop. IV. Gdy dane będą, termin najmniejszy, y termin największy, y przewyżka między terminami, znaleźć liczbę wszystkich terminow w Progressji Arytmetyczney 195

O Progressjach Geometrycznych 196

Lemmata *tamże.*

Prop. V. Gdy dane będą, termin najmniejszy, y największy, y Denominator tejże Progressji Geometryczney, znaleźć ile Summa wynosi generalna wszystkich owych terminow wraz zebranych 199

Prop. VI. Gdy danych będzie kilka terminow Progressji Geometryczney, znaleźć, którykolwiek inny

	inny termin następujący w teyże progressi, nie- dochodzące nawet terminow średnich między nim, a danemi terminami zachodzących.	202
181	<i>Prop. VII.</i> Zamykająca w sobie kilka ciekawych z Progressu i Geometryczney Zadaniow	203
182	<i>Prop. VIII.</i> Między danemi liczbami wszystkie Kom- binacye wynaleść	206
184	<i>Prop. IX.</i> Danych liczb rzeczy, wszystkie mogące się stać przemiany wynaleść	208
185	<i>Prop. X.</i> Niektóre zadania mogące być ułatwionemi przez regułę przemiany	209

ROZDZIAŁ VII.

O Rachunkach Chronologicznych.

	<i>Definicje</i>	211
	<i>Prop. I.</i> Dość jeżeli dany Rok jest przestępny; lub który po przestępnym	215
	<i>Prop. II.</i> Okrąg Słońca <i>Cyclum Solarum</i> w danym Ro- ku znaleźć	216
191	<i>Prop. III.</i> Złota liczbę danego R. znaleźć.	<i>tamie.</i>
	<i>Prop. IV.</i> Znaleść na jaki dzień w tygodniu pier- wszy dzień Roku przypada	217
193	<i>Prop. V.</i> Literę Niedzielną danego R. znaleźć.	218
	<i>Prop. VI.</i> Danego Roku Epaktę znaleźć	219
194	<i>Prop. VII.</i> Gdy dane będą Miesiąc y dzień dość Pory Księżyca	220
	<i>Prop. VIII.</i> Gdy dana będzie Epakta Roku y Miesiąc znaleść dzień Nowiu	<i>tamie.</i>
	<i>Prop. IX.</i> Gdy dany będzie R. Ery Chrześcijańskiej Poczet czyli Indykcyę znaleźć	221
195	<i>Prop. X.</i> Gdy dany będzie R. Ery Chrześcijańskiej zgadnąć na który Rok Peryodu Juliuszowskie- go przypadnie.	<i>tamie.</i>
196	<i>Prop. XI.</i> Gdy dany będzie którykolwiek R. przed Narodzeniem Chrystusa Pana, dość na który Rok Peryodu Juliuszowskiego wypada.	222
199	<i>Prop. XII.</i> Gdy dane będą okrąg Słońca, okrąg Mie- siąca, y Indykcyę, znaleźć Rok Peryodu Juliu- szowskiego, w który przypada	223
	<i>Prop.</i>	

- Prop. XIII.* Gdy dany będzie którykolwiek R. Peryodu Juliuszowskiego znaleźć Lata Olimpiad. 224
- Prop. XIV.* Gdy dany będzie Rok Olimpiad, znaleźć na który Rok Peryodu Juliuszowskiego przypada 225
- Prop. XV.* Gdy dany będzie rok Peryodu Juliuszowskiego, znaleźć R. od założenia Rzymu. 226
- Prop. XVI.* Gdy dane będą lata od założenia Rzymu Peryodu Juliuszowskiego, Olimpiad, znaleźć R. Ery Chrześcijańskiej z niemi zgadzającą się. 227
- Prop. XVII.* Gdy dany będzie którykolwiek R. Peryodu Juliuszowskiego znaleźć początek Roku Egipcyan, czyli Neomenią Thoth. 228
- Prop. XVIII.* Znaleźć pięć lat w Peryodzie Juliuszowskim, od których zaczynają się lata Nabonassara 231
- Prop. XIX.* Gdy dany będzie którykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleźć na który Rok Ery Nabonassara przypada 232
- Prop. XX.* Lata Nabonassara zamienić w lata Peryodu Juliuszowskiego 233
- Prop. XXI.* Znaleźć pięć liczb do okazania poprzedzających Propozycyi potrzebnych 234
- Prop. XXII.* W danym Roku Nabonassara dzień tygodniowy znaleźć - - - tamie.

Ad M. D. G.



ry-
l. 224

ésć

zy-
225

zo-
226

mu
R.

227
Pe-

Ro-
228

zo-
bo-

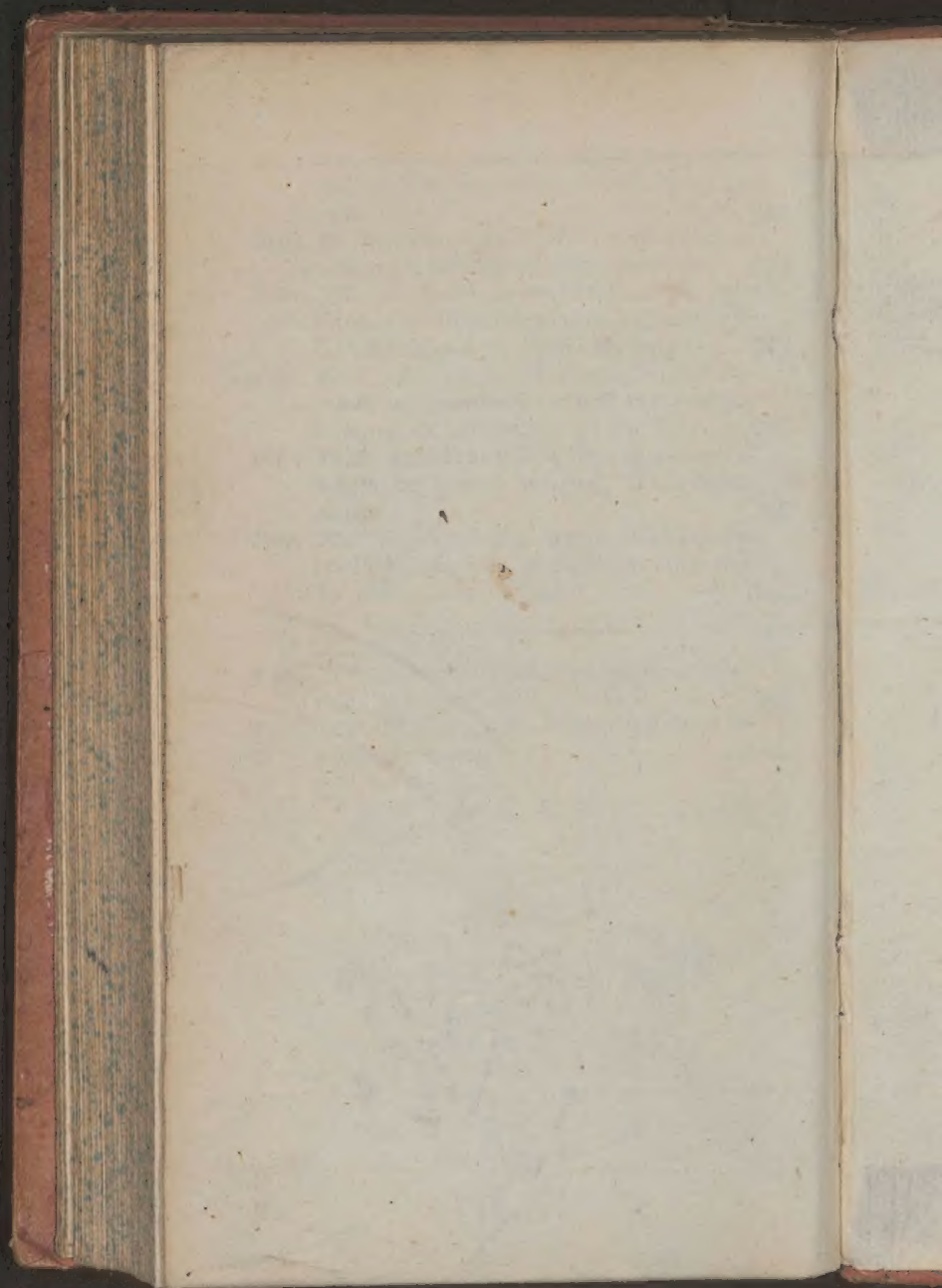
231
Pe-

ok
232

vo-
233

te-
234

ty-
tamie.



Biblioteka Jagiellońska



stdr0019540

